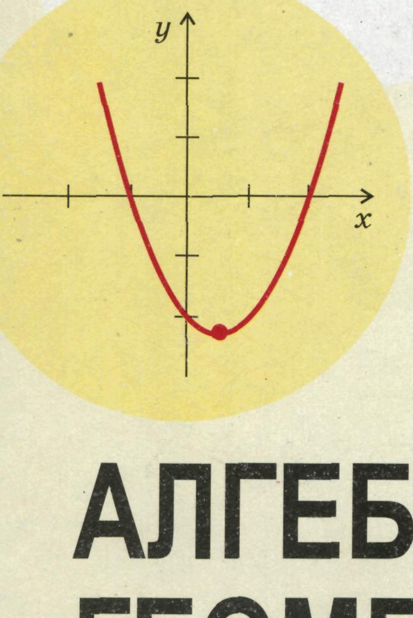
МАТЕМАТИКА

Самостоятельные и контрольные работы



А. П. Ершова
В. В. Голобородько
А. С. Ершова

АЛГЕБРА ГЕОМЕТРИЯ

9 класс

А. П. Ершова, В. В. Голобородько, А. С. Ершова

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ И КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ ПО АЛГЕБРЕ И ГЕОМЕТРИИ ДЛЯ 9 КЛАССА

Разноуровневые дидактические материалы

«ИЛЕКСА»
«ГИМНАЗИЯ»
Москва — Харьков
2004

Пособие содержит самостоятельные и контрольные работы по всем важнейшим темам курса алгебры и геометрии 9 класса.

Работы состоят из 6 вариантов трех уровней сложности.

Дидактические материалы предназначены для организации дифференцированной самостоятельной работы учащихся.

Рецензенты:

Ю. В. Гандель, доктор физико-математических наук, профессор Харьковского государственного университета, Отличник народного образования;

Е. Е. Харик, Соросовский учитель, учитель-методист, преподаватель математики физико-математического лицея № 27 г. Харькова.

Художник-оформитель *Курдюмов М.Л.*

Пособие прошло экспериментальную проверку в Академической гимназии № 45 г. Харькова.

Ершова А. П., Голобородько В. В., Ершова А. С.

Самостоятельные и контрольные работы по алгебре и геометрии для 9 класса.— М.: Илекса, Харьков: Гимназия, 2001,— 144 с.

ISBN 5-89237-064-x

ISBN 5-89237-064-x

ПРЕДИСЛОВИЕ

Основные особенности предлагаемого сборника самостоятельных и контрольных работ:

1. В одной сравнительно небольшой книге содержится *полный набор* проверочных работ (включая итоговые контрольные работы) *по всему курсу алгебры и геометрии* 9-го класса, благодаря чему достаточно приобрести один комплект книг на класс.
   Контрольные работы рассчитаны на урок, самостоятельные работы — на 20-40 минут, в зависимости от темы.
   Для удобства пользования книгой *в названии каждой самостоятельной и контрольной работы отражена ее тематика.*

2. Сборник позволяет осуществить *дифференцированный контроль знаний*, так как задания распределены по *трем уровням сложности* А, Б и В. Уровень А соответствует обязательным программным требованиям, Б — среднему уровню сложности, задания уровня В предназначены для учеников, проявляющих повышенный интерес к математике, а также для использования в классах, школах, гимназиях и лицеях *с углубленным изучением математики. Для каждого уровня приведено 2 расположенных рядом равноценных варианта* (как они обычно записываются на доске), поэтому на уроке достаточно *одной* книги на парте.

3. Как правило, *на одном развороте книги приводятся оба варианта всех трех уровней сложности.* Благодаря этому учащиеся могут сравнить задания различных уровней и, с разрешения учителя, *выбрать подходящий для себя уровень сложности.*

4. Наряду с использованием книги в классе можно предлагать ученикам также *домашние самостоятельные и контрольные работы* (в таком случае ученики после выполнения работы должны прокомментировать решения).
   В конце книги приведены ответы ко всем контрольным работам.

5. Тематика и содержание работ *сориентированы на учебник "Алгебра-9" Ю.Н. Макарычева и др. и учебники по геометрии А.В. Погорелова и Л.С. Атанасяна и др.*, однако предлагаемые задания могут быть использованы и при работе с другими учебниками.

АЛГЕБРА

С-1. ФУНКЦИИ И ИХ СВОЙСТВА

Вариант А1 | **Вариант А2**

1. Функция задана формулой

$f(x) = 2x^2 - 5x + 3$. | $f(x) = 5x^2 - 3x - 1$.

а) Найдите $f(-1)$.

б) Определите, при каких значениях x выполняется равенство $f(x) = 1$.

в) Принадлежит ли графику функции точка

$A(1; 0)$? | $A(0; -1)$?

2. Функция задана формулой:

$y = 2x - 8$. | $y = -3x + 9$.

а) Определите, при каких значениях x

$f(x) > 0$. | $f(x) < 0$.

б) Найдите нули функции.

3. Найдите область определения функции:

$y = \dfrac{x+4}{x^2-1}$. | $y = \dfrac{x+1}{x^2-4}$.

Вариант Б1 | **Вариант Б2**

1. Функция задана формулой

$f(x) = \dfrac{x-5}{x+1}$. | $f(x) = \dfrac{x+8}{x-4}$.

а) Найдите $f(1)$.

б) Определите, при каких значениях x выполняется равенство $f(x) = -1$.

в) Найдите область определения и нули функции.

2. Функция задана формулой:

$y = 6 - 1{,}5x$. | $y = 0{,}8x + 4$.

а) Определите, при каких значениях x функция принимает

отрицательные значения. | положительные значения.

б) Является ли данная функция возрастающей (убывающей)? Ответ объясните.

3. Найдите область определения функции:

$y = \dfrac{x}{\sqrt{2x+4}}$. $y = \dfrac{x-1}{\sqrt{6-3x}}$.

Вариант В1 Вариант В2

1. Функция задана формулой

$f(x) = \dfrac{x^2-3}{x-1}$. $f(x) = \dfrac{3-x^2}{x-1}$.

а) Найдите $f\left(\sqrt{2}+1\right)$.

б) Решите уравнение

$f(x-1) = 1$. $f(x+1) = -1$.

в) Найдите область определения и нули функции.

2. Функция задана формулой:

$y = -\dfrac{4}{x+2}$. $y = \dfrac{3}{x-1}$.

а) Определите, при каких значениях x функция принимает

отрицательные значения. положительные значения.

б) Является ли данная функция возрастающей (убывающей)? Ответ объясните.

3. Найдите область определения функции:

$y = \dfrac{\sqrt{2x-1}}{x^2-9}$. $y = \dfrac{\sqrt{3+2x}}{25-x^2}$.

С-2. КВАДРАТНЫЙ ТРЕХЧЛЕН

Вариант А1 Вариант А2

1. Найдите корни квадратного трехчлена:

$x^2 - 2x - 24$. $x^2 + 3x - 28$.

2. Разложите на множители квадратный трехчлен:

а) $x^2 - 5x - 6$; а) $x^2 - 5x + 6$;

б) $-2x^2 + 5x - 3$. б) $-6x^2 - x + 5$.

3. Сократите дробь:

$$\frac{2x^2 - 5x + 2}{3x - 6}.$$

$$\frac{4x + 8}{3x^2 + 5x - 2}.$$

4. Выделите квадрат двучлена из квадратного трехчлена:

$x^2 - 4x + 5.$

$x^2 + 2x + 6.$

Вариант Б1

1. Найдите корни квадратного трехчлена:

$6x^2 + 5x - 4.$

2. Разложите на множители квадратный трехчлен:

а) $-x^2 + 9x - 8;$

б) $\frac{1}{3}x^2 + x - 6.$

3. Сократите дробь:

$$\frac{3x^2 - 12}{3x^2 - 7x + 2}.$$

4. Докажите, что при любом значении y квадратный трехчлен принимает положительные значения:

$2y^2 - 12y + 20.$

Вариант Б2

1. Найдите корни квадратного трехчлена:

$3x^2 - 2x - 8.$

2. Разложите на множители квадратный трехчлен:

а) $-x^2 + 4x - 3;$

б) $\frac{1}{2}x^2 - 2x - 6.$

3. Сократите дробь:

$$\frac{2x^2 + 5x + 2}{8 - 2x^2}.$$

4. Докажите, что при любом значении y квадратный трехчлен принимает положительные значения:

$3y^2 + 12y + 16.$

Вариант В1

1. Составьте квадратный трехчлен, корнями которого были бы числа:

$1 - \sqrt{3}$ и $1 + \sqrt{3}$.

2. Сократите дробь:

а) $\dfrac{42 - x - x^2}{2x^2 - 13x + 6};$

б) $\dfrac{9x^3 - 9x^2 + 2x}{1 - 3x + y - 3xy}.$

Вариант В2

1. Составьте квадратный трехчлен, корнями которого были бы числа:

$5 + \sqrt{2}$ и $5 - \sqrt{2}$.

2. Сократите дробь:

а) $\dfrac{3x^2 - 11x - 4}{12 + x - x^2};$

б) $\dfrac{2 - 5x - 2y + 5xy}{10x^3 - 9x^2 + 2x}.$

3. **Упростите выражение:**

$\frac{9a-4}{a+7}-\frac{44-16a}{a^2+5a-14}$.

$\frac{8a-3}{a+5}-\frac{40-27a}{a^2+2a-15}$.

4. **Определите, при каком значении y квадратный трехчлен**

$-\frac{1}{3}y^2+2y-4$

$-\frac{1}{2}y^2-3y-5$

принимает наибольшее значение, и найдите это значение.

С-3. ГРАФИК КВАДРАТИЧНОЙ ФУНКЦИИ

Вариант А1

Вариант А2

1. **Найдите координаты вершины параболы:**

$y = 2x^2 - 8x + 3$.

$y = -x^2 + 4x - 9$.

2. **Постройте график функции**

$y = x^2 - 4x + 3$.

$y = x^2 + 4x + 3$.

Найдите по графику:

а) **значение y при $x = 2$;**

б) **значения x, при которых $y = 3$;**

в) **нули функции;**

г) **промежутки возрастания и убывания функции.**

3. **Используя шаблон параболы $y = x^2$, постройте в одной системе координат графики функций:**

$y = -x^2$; $y = -x^2 + 1$; $y = -(x+1)^2$.

$y = x^2 - 3$; $y = (x-3)^2$; $y = -(x-3)^2$.

Вариант Б1

Вариант Б2

1. **Параболу**

$y = 2x^2$ сдвинули влево на 3 единицы и вверх на 5 единиц.

$y = -2x^2$ сдвинули вправо на 2 единицы и вниз на 3 единицы.

Задайте формулой функцию, график которой получился в результате таких преобразований.

2. Постройте график функции

$y = -x^2 + 6x - 5$. $y = 2x^2 - 8x + 6$.

Найдите по графику:

а) точки пересечения графика с осями координат;

б) нули функции, промежутки, в которых $y > 0$, $y < 0$;

в) промежутки возрастания и убывания функции;

г) наименьшее и наибольшее значения функции.

3. Найдите область значений функции

$y = x^2 - 2x$. $y = 4x - x^2$.

Вариант В1 Вариант В2

1. Определите, при каких значениях b и c вершиной параболы $y = x^2 + bx + c$ является точка

$A(-2; -1)$. $A(2; 1)$.

2. Постройте график функции

$y = (2x - 1)(x + 3)$. $y = (3 - x)(2x + 1)$.

Найдите:

а) ось симметрии параболы;

б) промежутки знакопостоянства функции;

в) промежутки монотонности функции;

г) область значений функции.

3. Опишите преобразования, с помощью которых из графика функции $y = x^2$ можно получить график функции

$y = |2x^2 - 8x + 6|$. $y = 3x^2 + 6|x| + 6$.

К-1. КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ

Вариант А1 / Вариант А2

1. Разложите на множители квадратные трехчлены:

Вариант А1	Вариант А2
а) $x^2 - 15x + 26$;	а) $x^2 + 13x + 22$;
б) $4y^2 + 3y - 7$.	б) $8y^2 - 5y - 3$.

2. Постройте график функции:

Вариант А1	Вариант А2
$y = x^2 + 2x - 3$.	$y = x^2 - 2x - 3$.

а) Найдите по графику функции промежутки, в которых $y > 0$ и $y < 0$.

б) Не выполняя дополнительных построений, найдите координаты точек пересечения данного графика с графиком функции

Вариант А1	Вариант А2
$y = 7x + 63$.	$y = 3x + 47$.

3. Сократите дробь:

Вариант А1	Вариант А2
$\dfrac{y^2 - 49}{y^2 - 5y - 14}$.	$\dfrac{y^2 + y - 42}{y^2 - 36}$.

4. Определите значение x, при котором функция

Вариант А1	Вариант А2
$y = -x^2 + 2x - 1$	$y = -x^2 - 6x - 9$

принимает наибольшее значение. Найдите это значение.

Вариант Б1 / Вариант Б2

1. Разложите на множители квадратные трехчлены:

Вариант Б1	Вариант Б2
а) $-x^2 + 6x - 5$;	а) $-x^2 - 2x + 3$;
б) $\dfrac{1}{2}x^2 - 3x + 4$.	б) $\dfrac{1}{3}x^2 - 3x + 6$.

2. Постройте график функции:

Вариант Б1	Вариант Б2
$y = (3 - x)(x + 1)$.	$y = (1 - x)(x + 5)$.

а) Найдите по графику функции промежутки возрастания и убывания функции.

б) Определите аналитически координаты точек пересечения данного графика с графиком функции

$y = x^2 - x + 1.$ $\qquad$ $y = x^2 - 7x + 3.$

3. Сократите дробь:

$\dfrac{9x^2 - 6x + 1}{6x^2 + x - 1}.$ $\qquad$ $\dfrac{8x^2 - 2x - 1}{16x^2 + 8x + 1}.$

4. Определите, при каких значениях c наименьшее значение функции

$y = 2x^2 - 8x + c$ $\qquad$ $y = 2x^2 + 16x + c$

равно 2.

Вариант В1 / Вариант В2

1. Сократите дробь:

$\dfrac{5a^2 - 4ab - b^2}{b^2 + 7ab + 10a^2}.$ $\qquad$ $\dfrac{20a^2 + 8ab - b^2}{b^2 - 11ab + 10a^2}.$

2. Постройте график функции:

$y = x^2 - 4|x| + 3.$ $\qquad$ $y = |x^2 - 4x + 3|.$

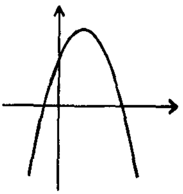
Пользуясь графиком, найдите промежутки монотонности данной функции.

3. Задайте аналитически уравнение прямой, проходящей через точки пересечения графиков функций

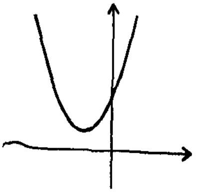
$y = x^2 + 2x$ и $y = 6x - x^2.$ $\qquad$ $y = 2x^2 - 5x$ и $y = x^2 - x.$

4. Выполните действия:

$\dfrac{4y^2 - 9}{2y^2 - 7y + 3} : \dfrac{3 + 2y}{1 - 2y} + \dfrac{9 - 4y}{3 - y}.$ $\qquad$ $\dfrac{9y^2 - 4}{2y^2 - 5y + 2} \cdot \dfrac{2 - y}{3y + 2} + \dfrac{y}{1 - 2y}.$



5. Пользуясь графиком функции $y = ax^2 + bx + c$, изображенным на рисунке, определите знаки чисел a, b, c и дискриминанта квадратного трехчлена $ax^2 + bx + c$. Ответ объясните.



С-4*. КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ: ЗАДАЧИ С ПАРАМЕТРАМИ (ДОМАШНЯЯ САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА)

Вариант 1	Вариант 2

1. Функция задана формулой $y = x^2 + px + q$. Найдите p и q, если:

Вариант 1:

а) график функции пересекает оси координат в точках (0; 8) и (4; 0);

б) наименьшее значение, равное –5, функция принимает при $x = 2$.

Вариант 2:

а) график функции проходит через точки (1; 2) и (0; 3);

б) наименьшее значение, равное 1, функция принимает при $x = -3$.

2. Определите значения a, при которых график функции

Вариант 1: $y = 2x^2 + x + a$ лежит выше оси абсцисс.

Вариант 2: $y = -x^2 + 6x + a$ лежит ниже оси абсцисс.

3. Задайте формулой квадратичную функцию, график которой проходит через точки

Вариант 1: $A(3; 3)$, $B(-1; 3)$, $C(5; 15)$.

Вариант 2: $A(-3; 3)$, $B(1; 3)$, $C(-4; 8)$.

4. Постройте график квадратичной функции

Вариант 1: $y = x^2 - 4x + a$, если ее наименьшее значение равно 1.

Вариант 2: $y = -x^2 + 6x + a$, если ее наибольшее значение равно 2.

5. Квадратичная функция задана формулой $y = ax^2 - (a + 2)x + 3$. Найдите a, если осью симметрии графика является прямая

Вариант 1: $x = 1$.

Вариант 2: $x = -1/2$.

6. Определите значения p, при которых графики функций

Вариант 1: $y = x^2 - 9$ и $y = x^2 + px$.

Вариант 2: $y = x^2 - p$ и $y = x^2 + 3x$.

пересекаются в одной точке.

7. Постройте схематически график функции $y = ax^2 + bx + c$, если известно, что

Вариант 1: $a < 0$, $b > 0$, $c < 0$, $D > 0$.

Вариант 2: $a > 0$, $b < 0$, $c > 0$, $D < 0$.

(D — дискриминант квадратного трехчлена)

8. Найдите промежутки монотонности функций:

а) $y = x^2 - 5|x| + 4$;
б) $y = |x^2 - 5x + 4|$.

а) $y = x^2 - 6|x| + 5$;
б) $y = |x^2 - 6x + 5|$.

9. Постройте графики функций:

а) $y = x\sqrt{x^2 - 6x + 9}$;
б) $y = ||x^2 - x| - 2|$.

а) $y = x\sqrt{x^2 + 4x + 4}$;
б) $y = ||x^2 + x| - 2|$.

10. Дана функция

$f(x) = x^2 - 2x$.

$f(x) = x^2 + 4x$.

Постройте графики функций
$y = -f(x) + 1$, $y = |2f(x)|$, $y = f(|x - 1|)$.

С-5. РЕШЕНИЕ КВАДРАТИЧНЫХ НЕРАВЕНСТВ

Вариант А1

1. Решите неравенства:

а) $x^2 - 9 > 0$;
б) $x^2 - 11x + 30 \leqslant 0$;
в) $-2x^2 + 5x - 2 < 0$.

2. Найдите значения x, при которых трехчлен $4x^2 - 4x + 1$ принимает положительные значения.

3. Докажите, что при любом значении a верно неравенство:

$1 > 2a - 5a^2$.

Вариант А2

1. Решите неравенства:

а) $x^2 - 4x < 0$;
б) $x^2 - 3x - 10 \geqslant 0$;
в) $-3x^2 + 7x - 4 > 0$.

2. Найдите значения x, при которых трехчлен $-16x^2 + 8x - 1$ принимает отрицательные значения.

3. Докажите, что при любом значении a верно неравенство:

$6a < a^2 + 10$.

Вариант Б1

1. Решите неравенства:

а) $x^2 - 8x + 15 \geqslant 0$;
б) $8 - 2x^2 > 0$;
в) $(2 + 7x)^2 \leqslant (4 - 3x)^2$.

2. Докажите, что при любых значениях x верно неравенство

$4x^2 - 20x + 25 \geqslant 0$.

Вариант Б2

1. Решите неравенства:

а) $x^2 - 10x + 21 \geqslant 0$;
б) $15x - 3x^2 < 0$;
в) $(1 - 5x)^2 \geqslant (11 + 3x)^2$.

2. Докажите, что при любых значениях x верно неравенство

$-9x^2 + 24x - 16 \leqslant 0$.

3. Найдите область определения функции:

$y = \dfrac{x-1}{\sqrt{-6x^2+11x-5}}$.

$y = \dfrac{x+1}{\sqrt{5x^2+11x+6}}$.

Вариант В1

Вариант В2

1. Решите неравенства:

Вариант В1:

а) $(2x-8)^2 - 4x(2x-8) \geqslant 0$;
б) $12x^2 + 12x + 3 > 0$;
в) $\sqrt{x^2 - 7x} > -1$.

Вариант В2:

а) $(3x+9)^2 + 6x(3x+9) \geqslant 0$;
б) $12x - 18 < 2x^2$;
в) $\sqrt{x^2 + 4x} > -2$.

2. Решите систему неравенств:

Вариант В1:

$\begin{cases} x^2 - x - 2 \leqslant 0, \\ x^2 + x - 2 \geqslant 0. \end{cases}$

Вариант В2:

$\begin{cases} x^2 + x - 6 \geqslant 0, \\ x^2 - x - 6 \leqslant 0. \end{cases}$

3. Найдите все значения *a*, при которых уравнение

Вариант В1: $x^2 + (a-2)x - 2a + 1 = 0$ не имеет корней.

Вариант В2: $x^2 + (a+2)x - a^2 + 1 = 0$ имеет два корня.

С-6. РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ МЕТОДОМ ИНТЕРВАЛОВ

Вариант А1

Вариант А2

1. Решите неравенства:

Вариант А1:

а) $(x+2)(x-3) > 0$;
б) $(x+1)(2x-8)(3x+6) \leqslant 0$;
в) $\dfrac{x+3}{3-x} > 0$.

Вариант А2:

а) $(x-1)(x+4) < 0$;
б) $(x-2)(4x+4)(2x-6) \geqslant 0$;
в) $\dfrac{1-x}{x+1} < 0$.

2. При каких значениях *x* имеет смысл выражение

Вариант А1: $\sqrt{x\left(x^2-9\right)}$?

Вариант А2: $\sqrt{\left(x^2-4\right)x}$?

3. Найдите целые решения неравенства:

$\dfrac{x}{2x-4} \geqslant 1.$

$\dfrac{3x}{x-1} \leqslant 2.$

Вариант Б1

1. Решите неравенства:

а) $(2x+3)(x-1) < 0;$
б) $x(4-x)(x+1) \geqslant 0;$
в) $-\dfrac{2x-4}{x+5} > 0.$

2. Используя разложение на множители, определите, при каких значениях x данное выражение принимает неотрицательные значения:

$x - 81x^5.$

3. Найдите целые решения неравенства:

$\dfrac{2x+7}{2-x} \geqslant \dfrac{x-4}{x-2}.$

Вариант Б2

1. Решите неравенства:

а) $(3x-2)(x+3) > 0;$
б) $x(x-2)(3-x) \leqslant 0;$
в) $-\dfrac{x+5}{3x-6} < 0.$

2.

$16x - x^5.$

3.

$\dfrac{4-x}{4-2x} \geqslant \dfrac{7x+2}{2x-4}.$

Вариант В1

1. Решите неравенства:

а) $(3x-6)(x-x^2) > 0;$
б) $(x^2-25)(x^2-6x+5) \leqslant 0;$
в) $(x^4-9x^2)(-x^2-3) \geqslant 0.$

2. Найдите целые решения неравенства:

$\dfrac{x^2-x-6}{x^2-4x+4} \leqslant 0.$

3. Решите неравенство:

$\left(x^2-4\right)\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}} \leqslant 0.$

Вариант В2

1.

а) $(2x-x^2)(2x+6) > 0;$
б) $(x^2-4)(x^2-3x+2) \leqslant 0;$
в) $(-x^2-2)(x^4-4x^2) \geqslant 0.$

2.

$\dfrac{x^2+x-6}{x^2+4x+4} \leqslant 0.$

3.

$\left(9-x^2\right)\sqrt{\dfrac{x-2}{x+2}} \geqslant 0.$

К-2. РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ

Вариант А1

1. Решите квадратичные неравенства:

а) $x^2 - 2x - 8 < 0$;
б) $2x^2 - 5x + 3 \geqslant 0$;
в) $x^2 - 1 < 0$.

2. Решите неравенства, используя метод интервалов:

а) $(x - 5)(x + 3) > 0$;
б) $\dfrac{2x + 4}{x - 6} < 0$.

3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 3x^2 - x > 0, \\ x < 0. \end{cases}$$

4. Найдите область определения функции:

$y = \sqrt{x + 20 - x^2}$.

5. Решите задачу:

Длина прямоугольника на 3 см больше ширины. Какую длину должен иметь прямоугольник, чтобы его площадь была меньше 28 см^2?

Вариант А2

1. Решите квадратичные неравенства:

а) $x^2 + 4x - 12 < 0$;
б) $3x^2 - 4x + 1 \geqslant 0$;
в) $x^2 - 9 > 0$.

2. Решите неравенства, используя метод интервалов:

а) $(x + 5)(x - 3) < 0$;
б) $\dfrac{x - 1}{2x + 6} > 0$.

3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} x^2 + 2x > 0, \\ x > 0. \end{cases}$$

4. Найдите область определения функции:

$y = \dfrac{1}{\sqrt{30 - x - x^2}}$.

5. Решите задачу:

Ширина прямоугольника на 4 см меньше длины. Какую ширину должен иметь прямоугольник, чтобы его площадь была больше 21 см^2?

Вариант Б1

1. Решите квадратичные неравенства:

а) $(2x - 3)(x + 1) > x^2 + 17$;
б) $11 - x \geqslant (x + 1)^2$;
в) $-3x^2 \leqslant 9x$.

2. Решите неравенства, используя метод интервалов:

а) $(4x - 4)(1 + x)(5 - x) > 0$;
б) $x^3 - 81x \geqslant 0$.

3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x} > x, \\ x + 2 \geqslant 0. \end{cases}$$

Вариант Б2

1. Решите квадратичные неравенства:

а) $(2x + 1)(x - 3) < x^2 + 21$;
б) $x + 22 \leqslant (x + 2)^2$;
в) $2x^2 \geqslant -4x$.

2. Решите неравенства, используя метод интервалов:

а) $(2x - 6)(4 + x)(1 - x) > 0$;
б) $x^3 - 64x \geqslant 0$.

3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \dfrac{4}{x} < x, \\ x - 3 \leqslant 0. \end{cases}$$

4. Найдите область определения функции:

$y=\sqrt{\dfrac{6+x-x^2}{x-2}}$.

$y=\sqrt{\dfrac{6-x-x^2}{x+2}}$.

5. Решите задачу:

Периметр прямоугольника равен 28 см. В каких пределах может меняться длина прямоугольника, чтобы его площадь была больше 48 см^2?

Периметр прямоугольника равен 30 см. В каких пределах может меняться ширина прямоугольника, чтобы его площадь была больше 54 см^2?

Вариант В1

Вариант В2

1. Решите квадратичные неравенства:

Вариант В1:

а) $x^2-\dfrac{3x-1}{2}>x-1$;

б) $\dfrac{x^2+6x}{6}-\dfrac{2x+3}{2}\leqslant 12$;

в) $\dfrac{(x-3)^2}{16}-\dfrac{(x-2)^2}{4}\leqslant\dfrac{1-x}{2}$.

Вариант В2:

а) $x^2-\dfrac{2x-1}{3}>2x+4$;

б) $\dfrac{x^2+10x}{10}-\dfrac{2x+5}{2}\leqslant 20$;

в) $\dfrac{(x+1)^2}{12}-\dfrac{(x-1)^2}{3}\leqslant\dfrac{2x-1}{4}$.

2. Решите неравенства, используя метод интервалов:

Вариант В1:

а) $\left(x^2-2x-3\right)^2\leqslant\left(x^2-3x\right)^2$;

б) $\dfrac{2x^3-x^4+3x^2}{x^2+x+6}>0$.

Вариант В2:

а) $\left(x^2+3x+2\right)^2\geqslant\left(x^2+2x\right)^2$;

б) $\dfrac{3x^3-x^4+4x^2}{x^2+x+2}>0$.

3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases}\dfrac{(x-4)\sqrt{x^2+x-2}}{x+5}\leqslant 0,\\ 15+2x-x^2>0.\end{cases}$$

$$\begin{cases}\dfrac{(x+4)\sqrt{x^2-x-2}}{x-5}\leqslant 0,\\ 15-2x-x^2>0.\end{cases}$$

4. Найдите область определения функции:

$y=\sqrt{-x^2+2|x|+3}$.

$y=\sqrt{-x^2+|x|+6}$.

5. Решите задачу:

Лодка должна пройти 15 км по течению реки и вернуться обратно не позже, чем через 4 часа. Скорость течения реки равна 2 км/ч. Какой должна быть собственная скорость лодки?

Планер должен пролететь 60 км по направлению ветра и вернуться обратно не позже, чем через 5 часов. При какой скорости ветра это возможно, если собственная скорость планера 25 км/ч?

С-7. РЕШЕНИЕ ЦЕЛЫХ УРАВНЕНИЙ

Вариант А1

1. Решите уравнения:

а) $(8x+1)(2x-3)-1=(4x-2)^2$;
б) $x^4-26x^2+25=0$;
в) $4x^3-x^2=0$;
г) $(x^2-5)^2-3(x^2-5)-4=0$.

2. При каких значениях x равны значения двучленов

x^3-4x^2 и $9x-36$?

Вариант А2

1. Решите уравнения:

а) $(3x-1)(12x+1)-10=(6x+2)^2$;
б) $x^4-17x^2+16=0$;
в) $2x^4-x^3=0$;
г) $(x^2-3)^2+x^2-3=2$.

2. При каких значениях x равны значения двучленов

x^3+9x^2 и $4x+36$?

Вариант Б1

1. Решите уравнения:

а) $x^4-x^2-12=0$;
б) $16x^3-32x^2-x+2=0$;
в) $(x^2+2x)^2-7(x^2+2x)-8=0$;
г) $(x^2+3x+1)(x^2+3x+3)=-1$.

2. Определите, при каких значениях y

сумма дроби $\frac{y^2-3}{y}$ и дроби, обратной данной, равна 2,5.

Вариант Б2

1. Решите уравнения:

а) $x^4-4x^2-45=0$;
б) $9x^3+18x^2-x-2=0$;
в) $(x^2-2x)^2-2(x^2-2x)-3=0$;
г) $(x^2+x-5)(x^2+x+1)=-9$.

2. Определите, при каких значениях y

разность дроби $\frac{y^2-4}{y}$ и дроби, обратной данной, равна $2\frac{2}{3}$.

Вариант В1

1. Решите уравнения:

а) $x^5-5x^3-36x=0$;
б) $x^3+3x^2+6x+8=0$;
в) $(x^2-7x+13)^2-(x-3)(x-4)=1$;
г) $(x^2+5)^2=(5x-1)^2$.

2. Решите задачу:

Найдите четыре последовательных целых числа, произведение которых равно 120.

Вариант В2

1. Решите уравнения:

а) $x^6+2x^4-3x^2=0$;
б) $x^3+5x^2-15x-27=0$;
в) $(x^2-5x-7)^2-(x-3)(x-2)=1$;
г) $(x^2-3x)^2=(2x-6)^2$.

2. Решите задачу:

Найдите четыре последовательных нечетных числа, произведение которых равно 105.

С-8*. УРАВНЕНИЯ ВЫСШИХ СТЕПЕНЕЙ: МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ, ЗАДАЧИ С ПАРАМЕТРАМИ (домашняя самостоятельная работа)

Вариант А1	Вариант А2
1. Решите уравнения, выполнив подходящую замену переменной:	
а) $(x^2-2x-1)^2+3x^2-6x-13=0$;	а) $(2x^2+3x-1)^2-10x^2-15x+9=0$;
б) $\dfrac{x^2-3x-6}{x}-\dfrac{8x}{x^2-3x-6}=-2$;	б) $\dfrac{x^2+2x-6}{x}-\dfrac{3x}{x^2+2x-6}=-2$;
в) $(x-1)(x-7)(x-4)(x+2)=40$;	в) $(x-4)(x+2)(x+8)(x+14)=1204$;
г) $6\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)+5\left(x+\dfrac{1}{x}\right)-38=0$;	г) $2\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)-7\left(x+\dfrac{1}{x}\right)+9=0$;
д) $\dfrac{x^2-x}{x^2-x+1}-\dfrac{x^2-x+2}{x^2-x-2}=1$;	д) $\dfrac{x^2+x}{x^2+x-2}-\dfrac{x^2+x-5}{x^2+x-4}=1$;
е) $(x+1)^4+(x+3)^4=16$.	е) $(x+4)^4+(x+6)^4=82$.
2. Решите уравнения, используя деление на подходящее выражение с переменной:	
а) $(x^2-6x-9)^2=x(x^2-4x-9)$;	а) $(2x^2-5x+2)(2x^2+7x+2)=-20x^2$;
б) $x^4-7x^3+14x^2-7x+1=0$;	б) $x^4+x^3-4x^2+x+1=0$;
в) $(2x-1)^2+(2x-1)(x+2)=2(x+2)^2$;	в) $2x^4+x^2(x+2)=3(x+2)^2$;
г) $\dfrac{x^2-12x+15}{x^2-6x+15}=\dfrac{4x}{x^2-10x+15}$.	г) $\dfrac{x^2-6x-9}{x}=\dfrac{x^2-4x-9}{x^2-6x-9}$.
3. Решите уравнение, используя выделение полного квадрата:	
$x^2+\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^2=8$.	$x^2+\left(\dfrac{x}{2x-1}\right)^2=2$.
4. Определите значения параметра a, при которых уравнение	
$x^4+(a^2-a+1)x^2-a^3-a=0$	$x^4+(a^2-2a+2)x^2-2a^3-4a=0$

а) имеет единственный корень;

б) имеет два различных корня;

в) не имеет корней.

С-9. РЕШЕНИЕ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ ВТОРОЙ СТЕПЕНИ

Вариант А1

1. Решите системы уравнений:

а) $\begin{cases} x - y = 7, \\ xy = -10; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x + 2y = 1, \\ 2x + y^2 = -1; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x + y = 4, \\ x^2 - y^2 = 8. \end{cases}$

Вариант А2

1. Решите системы уравнений:

а) $\begin{cases} x + y = 2, \\ xy = -15; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x + y = -1, \\ x^2 + 2y = 3; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x - y = 1, \\ x^2 - y^2 = 7. \end{cases}$

Вариант Б1

1. Решите системы уравнений:

а) $\begin{cases} x + 2y = 7, \\ 2y^2 + xy = 14; \end{cases}$

б) $\begin{cases} (x - 1)(y + 3) = 5, \\ 3x - y = 4; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 13, \\ xy = -6. \end{cases}$

Вариант Б2

1. Решите системы уравнений:

а) $\begin{cases} 2x - y = 2, \\ 2x^2 - xy = 6; \end{cases}$

б) $\begin{cases} (x + 2)(y + 1) = 12, \\ x + 2y = 6; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10, \\ xy = -3. \end{cases}$

Вариант В1

1. Решите системы уравнений:

а) $\begin{cases} x + y = 4, \\ x^2 + 2xy + 2y^2 = 17; \end{cases}$

б) $\begin{cases} \dfrac{1}{y} - \dfrac{1}{x} = \dfrac{4}{5}, \\ x - y = 4; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x^2 + xy = 10, \\ y^2 + xy = 15. \end{cases}$

Вариант В2

1. Решите системы уравнений:

а) $\begin{cases} x - y = 3, \\ 2x^2 - 2xy + y^2 = 10; \end{cases}$

б) $\begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{3}{8}, \\ x + y = 12; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x^2 - xy = -2, \\ y^2 - xy = 3. \end{cases}$

С-10. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ. ГРАФИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМ

Вариант А1

1. Не выполняя построений, найдите координаты точек пересечения

параболы $y = x^2 + 2x - 1$ и прямой $y = x - 1$.

2. Решите задачу:

Сумма двух чисел равна 12, а их произведение равно 32. Найдите эти числа.

3. Решите графически систему уравнений:

$$\begin{cases} y = x^2 - 4, \\ y = x - 2. \end{cases}$$

Вариант А2

1. Не выполняя построений, найдите координаты точек пересечения

параболы $y = x^2 + x + 2$ и прямой $y = 2x + 2$.

2. Решите задачу:

Разность двух чисел равна 7, а их произведение равно 18. Найдите эти числа.

3. Решите графически систему уравнений:

$$\begin{cases} y = x^2 + 2, \\ y = x + 4. \end{cases}$$

Вариант Б1

1. Не выполняя построений, найдите координаты точек пересечения

параболы $y = x^2 - 5$ и окружности $x^2 + y^2 = 25$.

2. Решите задачу:

Сумма катетов прямоугольного треугольника равна 17 см, а его гипотенуза — 13 см. Найдите катеты треугольника.

3. Решите графически систему уравнений:

$$\begin{cases} xy = 6, \\ y = x + 1. \end{cases}$$

Вариант Б2

1. Не выполняя построений, найдите координаты точек пересечения

параболы $y = x^2 + 3$ и окружности $x^2 + y^2 = 17$.

2. Решите задачу:

Периметр прямоугольного треугольника равен 24 см, а его гипотенуза — 10 см. Найдите катеты треугольника.

3. Решите графически систему уравнений:

$$\begin{cases} xy = 12, \\ y = x - 1. \end{cases}$$

Вариант В1

1. Найдите координаты общих точек графиков уравнений:

$x^2 - 9y^2 = 0$ и $y^2 + x = 10$.

2. Решите задачу:

Если двузначное число разделить на произведение его цифр, то получится 2. Если это же число разделить на сумму его цифр, то получится 4. Найдите данное число.

3. Решите графически систему уравнений:

$$\begin{cases} y = \left|x^2 + 6x + 5\right|, \\ y - x = 5. \end{cases}$$

Вариант В2

1. Найдите координаты общих точек графиков уравнений:

$4x^2 - y^2 = 0$ и $x^2 - y = 8$.

2. Решите задачу:

Если двузначное число разделить на сумму его цифр, то получится 4. Если же к произведению его цифр прибавить квадрат числа десятков, то получится данное число. Найдите данное число.

3. Решите графически систему уравнений:

$$\begin{cases} y = \left|x^2 - 8x + 12\right|, \\ y + x = 6. \end{cases}$$

К-3. ЦЕЛЫЕ УРАВНЕНИЯ И СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

Вариант А1

1. Решите уравнения:

а) $x^4 + 5x^2 - 36 = 0$;
б) $x^4 - 16x^2 = 0$.

2. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} xy - x = 4, \\ 2x + y = 7. \end{cases}$$

3. Решите задачу:

Периметр прямоугольника равен 22 см, а его площадь равна 30 см^2. Найдите стороны прямоугольника.

4. Найдите нули функции:

$y = x^3 + 2x^2 - x - 2$.

Вариант А2

1. Решите уравнения:

а) $x^4 + 8x^2 - 9 = 0$;
б) $x^3 - 25x = 0$.

2. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} xy - y = 24, \\ x - 3y = -5. \end{cases}$$

3. Решите задачу:

Периметр прямоугольника равен 18 см, а его площадь равна 20 см^2. Найдите стороны прямоугольника.

4. Найдите нули функции:

$y = x^3 - x^2 - 9x + 9$.

5. Найдите решения системы:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{5}{6}, \\ x + y = 5. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{y} - \dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{6}, \\ x - y = 1. \end{cases}$$

Вариант Б1 / Вариант Б2

1. Решите уравнения:

Б1: а) $4x^4 + 15x^2 - 4 = 0$; б) $3x^3 - 2x^2 - x = 0$.

Б2: а) $9x^4 + 8x^2 - 1 = 0$; б) $2x^4 - 5x^3 + 3x^2 = 0$.

2. Решите систему уравнений:

Б1:
$$\begin{cases} 2x^2 - 3xy = -4, \\ 3x + y = 5. \end{cases}$$

Б2:
$$\begin{cases} 15x^2 - 2xy = 5, \\ 2x - y = 3. \end{cases}$$

3. Решите задачу:

Б1: Диагональ прямоугольника равна 13 см, а его площадь равна 60 см^2. Найдите периметр прямоугольника.

Б2: Диагональ прямоугольника равна 10 см, а его периметр равен 28 см. Найдите площадь прямоугольника.

4. Найдите значения x, при которых график функции

Б1: $y = (x^2 - 3)^2$ **пересекает параболу** $y = x^2 - 3$.

Б2: $y = (x^2 - 8)^2$ **пересекает параболу** $y = x^2 - 8$.

5. Найдите решения системы:

Б1:
$$\begin{cases} \dfrac{x-2}{y+3} = 0, \\ y^2 + x = 11. \end{cases}$$

Б2:
$$\begin{cases} \dfrac{y+1}{x-2} = 0, \\ x^2 - y = 5. \end{cases}$$

Вариант В1 / Вариант В2

1. Решите уравнения:

В1: а) $(x^2 + 2x)(x^2 + 2x - 2) = 3$; б) $x^5 + x^4 - 3x^3 - 3x^2 - 4x - 4 = 0$.

В2: а) $(x^2 - 2x)(x^2 - 2x - 7) = 8$; б) $x^5 + x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 2x + 2 = 0$.

2. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x} = \dfrac{5}{2}, \\ x^2 + y^2 = 20. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{x}{y} - \dfrac{y}{x} = \dfrac{3}{2}, \\ x^2 - y^2 = 12. \end{cases}$$

3. Решите задачу:

60 деталей первый рабочий изготавливает на 3 часа быстрее, чем второй. За сколько часов второй рабочий изготовит 90 деталей, если при совместной работе они изготавливают за 1 час 30 деталей?

30 страниц одна машинистка печатает на 1,5 часа быстрее, чем вторая. За сколько времени вторая машинистка напечатает 60 страниц, если, работая вместе, они печатают 30 страниц за 1 час?

4. Решите уравнение:

$(xy + x - 3)^2 + (xy + y - 4)^2 = 0.$

$(xy - x - 4)^2 + (xy - y - 3)^2 = 0.$

5. Найдите решения системы:

$$\begin{cases} \dfrac{x^2 - 4}{y + 3} = 0, \\ \dfrac{y^2 - 9}{x + 2} = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{x^2 - 25}{y + 1} = 0, \\ \dfrac{1 - y^2}{x - 5} = 0. \end{cases}$$

С-11*. СИСТЕМЫ РАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ (домашняя самостоятельная работа)

Вариант А1

Вариант А2

1. Используя замену переменных, решите систему:

а) $\begin{cases} \dfrac{1}{x + 3y} + y = 5, \\ \dfrac{y}{x + 3y} = 6; \end{cases}$

б) $\begin{cases} xy + x - y = 7, \\ x^2y - xy^2 = 6. \end{cases}$

а) $\begin{cases} \dfrac{1}{x - y} + x = -1, \\ \dfrac{x}{x - y} = -2; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x^2y - xy^2 = 6, \\ xy + x - y = -5. \end{cases}$

2. Решите симметричную систему:

$$\begin{cases} x + xy + y = 5, \\ x^2 + xy + y^2 = 7. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - xy + y = 1, \\ x^2 + y^2 + 2x + 2y = 11. \end{cases}$$

3. Решите систему неоднородных уравнений:

$$\begin{cases} 2x^2 - 2xy + 3y^2 = 3, \\ x^2 - xy + 2y^2 = 2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 3xy - 3y^2 = 1, \\ 2x^2 - xy + y^2 = 2. \end{cases}$$

4. Решите систему, используя метод почленного деления:

а) $\begin{cases} x^3 + y^3 = 9, \\ x + y = 3; \end{cases}$

б) $\begin{cases} xy - x = 2, \\ xy^3 - xy^2 = 8. \end{cases}$

а) $\begin{cases} x^3 - y^3 = 7, \\ x - y = 1; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 3, \\ x^2 - xy = 2. \end{cases}$

5. Решите систему, используя разложение на множители:

$$\begin{cases} (x + 4)(y - 1) = x^2 + 5x + 4, \\ x^2 - y^2 - 3x + 8 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x - 1)(y + 5) = 2x^2 + x - 3, \\ 2x^2 - xy - 3y - 7 = 0. \end{cases}$$

6. Решите систему:

$$\begin{cases} x^2 + xy + x = 10, \\ y^2 + xy + y = 20. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = 13x + 4y, \\ y^2 = 4x + 13y. \end{cases}$$

С-12. АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ. ФОРМУЛА n-ого ЧЛЕНА

Вариант А1 / **Вариант А2**

1. Составьте формулу n-ого члена арифметической прогрессии (a_n) и найдите a_{11}, если

$a_1 = 2{,}4$; $d = -0{,}8$.

$a_1 = -2{,}4$; $d = 0{,}8$.

2. Найдите разность арифметической прогрессии (c_n), если

$c_1 = -1{,}2$; $c_5 = -0{,}4$.

$c_1 = 2{,}7$; $c_4 = 1{,}8$.

3. Найдите первый член арифметической прогрессии (a_n), если

$a_6 = 23$; $a_{11} = 48$.

$a_4 = 4$; $a_{12} = 36$.

4. Дана арифметическая прогрессия

-21; -18; ...

33; 30; ...

Определите, под каким номером в эту прогрессию входит число 0.

Вариант Б1 Вариант Б2

1. Дана арифметическая прогрессия

$-22{,}5$; -21; ...

16,9; 15,6; ...

Найдите 11-й член и разность прогрессии.

2. Найдите первый член и разность арифметической прогрессии (a_n), если

$a_4 = 1{,}8$; $a_7 = 0{,}6$.

$a_3 = -2{,}3$; $a_8 = -0{,}8$.

3. Найдите номер члена арифметической прогрессии (a_n),

равного 22, если $a_3 = -2$; $d = 3$.

равного 47, если $a_4 = -3$; $d = 5$.

4. Арифметическая прогрессия задана формулой

$c_n = 11n - 78$.
Найдите первый положительный член прогрессии.

$c_n = 93 - 7n$.
Найдите первый отрицательный член прогрессии.

Вариант В1 Вариант В2

1. Решите задачу:

Бригада изготовила в январе 62 детали, а в каждый следующий месяц изготовляла на 14 деталей больше, чем в предыдущий. Сколько деталей изготовила бригада в ноябре?

Мастерская выполнила в январе 44 заказа, а в каждый следующий месяц увеличивала производительность труда на 11 заказов. Сколько заказов выполнила мастерская в декабре?

2. Найдите 17-й член арифметической прогрессии (a_n), если

$a_5 = -9{,}1$; $a_{12} = -7$.

$a_3 = 9{,}4$; $a_{11} = 3{,}2$.

3. Между числами $-\frac{1}{2}$ **и** $-\frac{1}{6}$ **вставьте**

три числа	четыре числа

так, чтобы они вместе с данными числами составили арифметическую прогрессию.

4. Найдите значения x**, при которых числа**

$x - 1;\ 4x - 3$ и $x^2 + 1$	$x + 1;\ 2x + 1$ и $x^2 - 3$

составляют арифметическую прогрессию.

С-13. ФОРМУЛА СУММЫ n ПЕРВЫХ ЧЛЕНОВ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ

Вариант А1	Вариант А2

1. Найдите сумму десяти первых членов арифметической прогрессии

$-3;\ -1;\ \ldots$	$24;\ 21;\ \ldots$

2. Решите задачу:

В первый день магазин продал 12 кг сахара, а в каждый следующий день продавал на 2 кг сахара больше, чем в предыдущий. Сколько сахара продал магазин за 8 дней?	За первую секунду движения тело прошло 18 м, а в каждую последующую проходило на 3 м больше, чем в предыдущую. Найдите путь, пройденный телом за 6 секунд.

3. Найдите сумму

натуральных чисел, не превосходящих 30.	натуральных чисел, не превосходящих 40.

4. Дана арифметическая прогрессия (a_n)**, где**

$a_n = 2n + 1.$	$a_n = 2n - 1.$

Найдите сумму ее членов с 11-го по 20-й включительно.

Вариант Б1 | Вариант Б2

1. Найдите сумму десяти первых членов арифметической прогрессии (a_n), если

Б1: $a_n = 3n - 2$.

Б2: $a_n = 4n + 1$.

2. Найдите сумму восьми первых членов арифметической прогрессии (x_n), если

Б1: $x_3 = -4$; $x_5 = 2$.

Б2: $x_2 = 7$; $x_4 = -1$.

3. Найдите сумму

Б1: четных чисел, не превосходящих 40.

Б2: нечетных чисел, не превосходящих 40.

4. Решите задачу:

Б1: В арифметической прогрессии (a_n) $a_1 = 111$, $d = -6$. Какое наименьшее число членов этой прогрессии, начиная с первого, нужно взять, чтобы их сумма была отрицательной?

Б2: В арифметической прогрессии (a_n) $a_1 = -100$, $d = 8$. Какое наименьшее число членов этой прогрессии, начиная с первого, нужно взять, чтобы их сумма была положительной?

Вариант В1 | Вариант В2

1. В арифметической прогрессии

В1: 55; 51; ... найдите сумму всех ее положительных членов.

В2: −63; −58; ... найдите сумму всех ее отрицательных членов.

2. Найдите сумму всех двузначных натуральных чисел,

В1: кратных 7.

В2: кратных 8.

3. В арифметической прогрессии (a_n)

В1: $d = -5$; $a_n = -8$; $S_n = 145$.

В2: $d = 3$; $a_n = 59$; $S_n = 610$.

Найдите n и a_1.

4. В арифметической прогрессии (x_n)

В1: $x_{13} = 10$. Найдите S_{25}.

В2: $x_9 = 6$. Найдите S_{17}.

К-4. АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

Вариант А1	Вариант А2

1. Дана арифметическая прогрессия

$-25; -22; \ldots$	$27; 24; \ldots$

а) Составьте формулу n-го члена прогрессии.

б) Найдите 21-й член прогрессии.

2. Дана арифметическая прогрессия (c_n), в которой

$c_2 = 18;\ c_3 = 14.$	$c_2 = -9;\ c_3 = -5.$

а) Найдите первый член и разность прогрессии.

б) Найдите сумму первых 8 членов прогрессии.

3. Арифметическая прогрессия задана формулой

$x_n = 29 - 3n.$	$x_n = 5n - 47.$

а) Найдите сумму первых 10 членов прогрессии.

б) Сколько в данной прогрессии

положительных членов?	отрицательных членов?

4. Дана последовательность натуральных чисел, которые

кратны 4 и не превосходят 50.	кратны 3 и не превосходят 40.

а) Сколько членов в данной последовательности?

б) Найдите сумму всех членов последовательности.

Вариант Б1	Вариант Б2

1. Дана арифметическая прогрессия

$29; 24; \ldots$	$-31; -27; \ldots$

а) Найдите 31-й член прогрессии.

б) Определите, входит ли в данную прогрессию

число -41.	число 41.

2. а) Между числами 1 и 4 вставьте

8 чисел | 10 чисел

так, чтобы они вместе с данными числами составляли арифметическую прогрессию.

б) Найдите сумму членов полученной прогрессии.

3. Арифметическая прогрессия задана формулой

$a_n = 98 - 5n$. | $a_n = 6n - 121$.

а) Найдите сумму

положительных | отрицательных

членов данной прогрессии.

б) Найдите сумму членов данной прогрессии с 5-ого по 14-й включительно.

4. Дана последовательность двузначных натуральных чисел,

кратных 7. | кратных 6.

а) Составьте формулу n-ого члена последовательности.

б) Найдите сумму членов последовательности.

Вариант В1 | Вариант В2

1. Дана арифметическая прогрессия (a_n), в которой

$a_2a_5 = 112; \frac{a_1}{a_5} = 2$. | $a_3a_4 = 80; \frac{a_2}{a_5} = 2$.

а) Составьте формулу n-ого члена данной прогрессии.

б) Определите, сколько в данной прогрессии членов, модуль которых не превосходит 10.

2. Арифметическая прогрессия задана формулой

$x_n = 2n + 1$. | $x_n = 2n - 3$.

а) Найдите сумму членов данной прогрессии с 7-ого по 20-й включительно.

б) Какое наименьшее число членов данной прогрессии, начиная с первого, нужно взять, чтобы их сумма была больше 360?

3. Дана последовательность двузначных натуральных чисел,

кратных 4. | кратных 6.

а) Составьте формулу суммы первых n членов данной последовательности.

б) Найдите сумму двузначных натуральных чисел,

не кратных 4. | не кратных 6.

4. Решите задачу:

Арифметическая прогрессия содержит 20 членов. Сумма членов с четными номерами на 80 больше суммы членов с нечетными номерами. Найдите разность прогрессии.

Арифметическая прогрессия содержит 10 членов, а ее разность равна 5. На сколько сумма членов с четными номерами отличается от суммы членов с нечетными номерами?

С-14. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ. ФОРМУЛА n-ого ЧЛЕНА

Вариант А1 | Вариант А2

1. Составьте формулу n-ого члена геометрической прогрессии

$3; -6; \ldots$ | $-2; -8; \ldots$

2. Найдите пятый член геометрической прогрессии (b_n), если

$b_1 = 48;\ q = \frac{1}{2}$. | $b_1 = 81;\ q = \frac{1}{3}$.

3. Найдите первый член геометрической прогрессии (x_n), если

$x_4 = -54;\ q = -3$. | $x_5 = -64;\ q = -2$.

4. В геометрической прогрессии (b_n)

$$b_3 = \frac{1}{3},\ b_4 = \frac{1}{6}.$$

Найдите b_2. | Найдите b_5.

Вариант Б1 / Вариант Б2

1. Найдите шестой и n-ый члены геометрической прогрессии:

Б1: $-20;\ 2;\ \ldots$

Б2: $30;\ -3;\ \ldots$

2. Найдите седьмой член геометрической прогрессии (b_n), если

Б1: $b_5 = -\frac{1}{8};\ q = 2\sqrt{2}$.

Б2: $b_3 = \frac{1}{9};\ q = -\sqrt{3}$.

3. Найдите знаменатель геометрической прогрессии (x_n), если

Б1: $x_5 = -\frac{4}{9};\ x_7 = -4$.

Б2: $x_4 = 2;\ x_6 = \frac{1}{2}$.

4. Между числами

Б1: $\frac{1}{9}$ и 9

Б2: 16 и $\frac{1}{16}$

вставьте три числа так, чтобы они вместе с данными составили геометрическую прогрессию.

Вариант В1 / Вариант В2

1. Найдите шестой и n-ый члены геометрической прогрессии (b_n), если:

В1: $b_1 = 8b_4;\ b_5 = \frac{3}{16}$.

В2: $b_2 = 27b_5;\ b_4 = \frac{4}{3}$.

2. Найдите седьмой член геометрической прогрессии (x_n), если

В1: $x_2 = -2;\ x_4 = -6$.

В2: $x_4 = -4;\ x_6 = -8$.

3. Найдите значение x, при котором числа

В1: $x + 1$, $4x$ и $16x - 12$.

В2: $x - 2$, $3x$ и $9x + 30$.

составляют геометрическую прогрессию.

4. Составьте формулу n-ого члена геометрической прогрессии, если известно, что

разность между пятым и третьим членами равна 144, а между четвертым и вторым равна 48.

разность между шестым и четвертым членами равна 72, а между третьим и пятым равна 9.

С-15. ФОРМУЛА СУММЫ ПЕРВЫХ n ЧЛЕНОВ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ. БЕСКОНЕЧНАЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

Вариант А1 / Вариант А2

1. Найдите сумму первых пяти членов геометрической прогрессии (b_n), если

$b_1 = 1;\ q = -2.$

$b_1 = -1;\ q = 3.$

2. Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии:

$3;\ 1;\ \frac{1}{3};\ \ldots$

$4;\ 2;\ 1;\ \ldots$

3. Найдите первый член геометрической прогрессии, если известно, что

$S_4 = 15;\ q = 0{,}5.$

$S_4 = 40;\ q = \frac{1}{3}.$

4. Представьте в виде обыкновенной дроби число

0,(4).

0,(7).

Вариант Б1 / Вариант Б2

1. Найдите сумму первых пяти членов геометрической прогрессии (b_n), если

$b_2 = 6;\ q = -2.$

$b_3 = -18;\ q = 3.$

2. Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии:

$1;\ \frac{2}{3};\ \frac{4}{9};\ \ldots$

$2;\ 1{,}5;\ \frac{9}{8};\ \ldots$

3. **Найдите знаменатель геометрической прогрессии (x_n), если известно, что**

$S_3 = 39$; $x_1 = 27$. | $S_4 = 30$; $S_2 = 24$.

4. **Представьте в виде обыкновенной дроби число**

2,(17). | 1,(12).

Вариант В1 | Вариант В2

1. **Найдите сумму первых пяти членов геометрической прогрессии (b_n), если**

$b_n = 2 \cdot 3^{n-1}$. | $b_n = 3 \cdot 2^{n+1}$.

2. **Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии:**

$4\sqrt{2}$; -4; $2\sqrt{2}$; ... | $3\sqrt{3}$; -3; $\sqrt{3}$; ...

3. **Найдите знаменатель геометрической прогрессии, если известно, что**

$S_5 = 2$; $S_{10} = 64$. | $S_3 = 54$; $S_6 = 2$.

4. **Представьте в виде обыкновенной дроби число**

1,6(12). | 2,5(14).

К-5. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

Вариант А1 | Вариант А2

1. **Дана геометрическая прогрессия:**

1; 3; 9; ... | 2; 4; 8; ...

а) Найдите шестой член прогрессии.

б) Найдите сумму первых шести членов прогрессии.

2. **Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии (b_n), если**

$b_1 = 12$; $q = \frac{1}{3}$. | $b_1 = 24$; $q = \frac{1}{2}$.

3. В геометрической прогрессии (c_n)

$c_5 = 162$; $q = -3$. | $c_4 = 24$; $q = -2$.

а) Найдите c_1.

б) Какие из членов данной прогрессии отрицательны?

4. Решите задачу:

В равносторонний треугольник со стороной 8 см вписан другой треугольник, вершинами которого являются середины сторон первого. Во второй треугольник таким же образом вписан третий треугольник и т. д. Найдите периметр восьмого треугольника.

В треугольнике с основанием 16 см проведена средняя линия, параллельная данному основанию. В образовавшемся треугольнике таким же образом проведена средняя линия и т. д. Найдите среднюю линию пятого треугольника.

5. Дана бесконечная геометрическая прогрессия (c_n) с суммой S и знаменателем q.

Найдите c_1, если $q=\frac{3}{7}$, $S=42$.

Найдите q, если $c_1=18$, $S=15$.

Вариант Б1

Вариант Б2

1. Дана геометрическая прогрессия (b_n):

$b_n = 3\cdot(-2)^n$. | $b_n = 2\cdot(-3)^n$.

а) Найдите пятый член прогрессии.

б) Найдите сумму первых восьми членов прогрессии.

2. Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии

$8;\ 2;\ \frac{1}{2};\ \ldots$ | $6;\ 3;\ 1{,}5;\ \ldots$

3. Дана геометрическая прогрессия (c_n) с положительными членами, в которой

$c_4 = 24$; $c_6 = 96$. | $c_3 = 18$; $c_5 = 162$.

а) Найдите c_1.

б) Сколько членов прогрессии нужно взять, чтобы их сумма равнялась

45? | 80?

4. Решите задачу:

Первоначальный вклад 400 рублей банк ежегодно увеличивает на 15%. Каким станет вклад через 4 года?

Снижение себестоимости товара составляет 5% в год. Первоначальная себестоимость товара равна 800 рублей. Какой станет себестоимость товара через 3 года?

5. Сумма членов бесконечной геометрической прогрессии (b_n)

в 3 раза больше ее первого члена. Найдите отношение $\frac{b_2}{b_4}$.

в 1,5 раза меньше ее первого члена. Найдите отношение $\frac{b_3}{b_5}$.

Вариант В1

Вариант В2

1. Сумма первых трех членов геометрической прогрессии равна

26, | 168,

а сумма следующих трех членов равна

702. | 21.

а) Составьте формулу n-ого члена.

б) Найдите сумму первых пяти членов.

2. Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии (b_n), если

$b_4 = \frac{8}{27}$; $q = \frac{1}{3}$.

$b_4 = \frac{27}{8}$; $q = \frac{1}{2}$.

3. В геометрической прогрессии (c_n)

$c_n = 3$; $q = 0{,}5$; $S_n = 93$.

$c_n = 54$; $q = 3$; $S_n = 80\frac{2}{3}$.

Найдите c_1 и n.

4. Решите задачу:

В правильный треугольник со стороной 3 см вписана окружность, в которую вписан еще один правильный треугольник, и т. д. Найдите сумму площадей треугольников.

В окружность радиуса 4 см вписан квадрат, в который снова вписана окружность, и т. д. Найдите сумму длин всех таких окружностей.

5. Решите уравнение на интервале (–1; 1):

$\frac{1}{x} + x + x^2 + x^3 + \ldots = 3$.

$\frac{1}{x} - 1 + x - x^2 + x^3 \ \ldots = \frac{4}{3}$.

С-16*. КОМБИНИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ НА ПРОГРЕССИИ
(домашняя самостоятельная работа)

1. Три числа составляют арифметическую прогрессию. Найдите эти числа, если известно, что

Вариант 1

их сумма равна 27, и при уменьшении на 1, 3 и 2 соответственно они составляют геометрическую прогрессию.

Вариант 2

их сумма равна 12, и при увеличении на 1, 2 и 11 соответственно они составляют геометрическую прогрессию.

2. Четыре числа составляют геометрическую прогрессию. Найдите эти числа, если известно, что

Вариант 1

при увеличении их на 10, 11, 9 и 1 соответственно они составляют арифметическую прогрессию.

Вариант 2

при уменьшении их на 2, 1, 3 и 11 соответственно они составляют арифметическую прогрессию.

3. Решите задачу:

Вариант 1

Найдите четыре числа, из которых первые три составляют геометрическую прогрессию, а последние три — арифметическую, если сумма крайних чисел равна 32, а сумма средних чисел равна 24.

Вариант 2

Найдите четыре числа, из которых первые три составляют арифметическую прогрессию, а последние три — геометрическую, если сумма крайних чисел равна 7, а сумма средних чисел равна 6.

4. Решите задачу:

Вариант 1

Все члены геометрической прогрессии (b_n) различны. Между b_2 и b_3 можно вставить число X так, что числа b_1, b_2, X и b_3 составляют арифметическую прогрессию. Найдите знаменатель геометрической прогрессии.

Вариант 2

Все члены арифметической прогрессии (a_n) различны. Если удалить a_2 и a_3, то числа a_1, a_4 и a_5 составляют геометрическую прогрессию. Найдите ее знаменатель.

С-17. ЧЕТНЫЕ И НЕЧЕТНЫЕ ФУНКЦИИ. ФУНКЦИЯ $y = x^n$

Вариант А1 | **Вариант А2**

1. Докажите, что функция $f(x)$ является четной, а функция $g(x)$ — нечетной, если

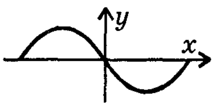
$f(x) = x^8 - 3x^2;\ g(x) = x + \dfrac{1}{x^3}.$ | $f(x) = 2x^6 - x^4;\ g(x) = x^5 + \dfrac{2}{x}.$

2. Постройте схематически график функции

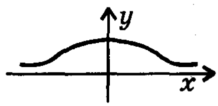
$y = x^6.$ | $y = x^5.$

С помощью графика определите, сколько решений имеет уравнение

$x^6 = 2.$ | $x^5 = -3.$



3. По данному графику определите, является ли данная функция четной или нечетной.



4. Сравните числа:

а) $(-25)^6$ и $(-24)^6$; | а) $(-12)^4$ и $(-16)^4$;

б) $(-25)^7$ и $(-24)^7$. | б) $(-12)^5$ и $(-16)^5$.

Вариант Б1 | **Вариант Б2**

1. Исследуйте функции на четность или нечетность:

а) $f(x) = \dfrac{x^3}{x^2 - 1}$; | а) $f(x) = \dfrac{x^2 + 2}{x^5}$;

б) $f(x) = 2x^4 - x^2 - 1.$ | б) $f(x) = 3x^6 - 2x^4 - 1.$

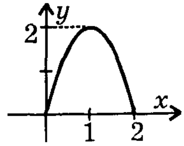
2. Постройте схематически график функции

$y = x^8.$ | $y = x^9.$

Пользуясь графиком, сравните

$y(-3{,}8)$ и $y(-2{,}6)$. | $y(-4{,}2)$ и $y(-4{,}4)$.

3. Достройте график данной функции на промежутке $[-2; 0]$, если данная функция является



нечетной. | четной.

4. Определите количество корней уравнения

$x^k = 2$. $\qquad$ $x^k = -21$.

при четном и нечетном k.

Вариант В1 $\qquad$ Вариант В2

1. Исследуйте функции на четность или нечетность:

а) $f(x) = |1 + x| + |1 - x|$; $\qquad$ а) $f(x) = (x - 2)^2 + (x + 2)^2$;

б) $f(x) = \dfrac{x^3 - 3x^2}{2x - 6}$. $\qquad$ б) $f(x) = \dfrac{x^2 - 4x}{3x - 12}$.

2. Постройте схематически график функции

$y = -(x + 1)^5$. $\qquad$ $y = -x^6 + 2$.

Пользуясь графиком, решите уравнение

$-(x + 1)^5 = 1$. $\qquad$ $-x^6 + 2 = 1$.

3. Используя свойства четности и нечетности, постройте график функции:

$y = x^2 + 2|x|$. $\qquad$ $y = x|x|$.

4. Известно, что $f(x)$ — четная функция, $g(x)$ — нечетная функция. Является ли четной или нечетной функция

$y = -f(x)\cdot g^2(x)$? $\qquad$ $y = |g(x)|\cdot f(x)$?

С-18. КОРЕНЬ n-ой СТЕПЕНИ И ЕГО СВОЙСТВА

Вариант А1 $\qquad$ Вариант А2

1. Вычислите:

а) $\sqrt[4]{81} + \sqrt[3]{-125}$; $\qquad$ а) $\sqrt[6]{64} + \sqrt[3]{-27}$;

б) $\left(\sqrt[5]{2}\right)^5 - \sqrt[3]{0{,}001}$; $\qquad$ б) $\left(\sqrt[4]{3}\right)^4 - \sqrt[4]{0{,}0001}$;

в) $\sqrt[4]{(-3)^4} + 3\sqrt[3]{\dfrac{8}{27}}$. $\qquad$ в) $\sqrt[6]{(-2)^6} + 3\sqrt[4]{\dfrac{16}{81}}$.

2. Решите уравнения:

а) $x^4 = 625$;
б) $2x^3 + 14 = 0$.

а) $x^6 = 64$;
б) $3x^5 + 15 = 0$.

3. Найдите значения выражений:

а) $\sqrt{\sqrt[3]{64}} + \dfrac{\sqrt[4]{243}}{\sqrt[4]{3}}$;
б) $\sqrt[4]{0{,}001} \cdot \sqrt[4]{0{,}1} + \sqrt[3]{5^6}$.

а) $\sqrt{\sqrt[3]{64}} + \dfrac{\sqrt[5]{96}}{\sqrt[5]{3}}$;
б) $\sqrt[3]{0{,}04} \cdot \sqrt[3]{0{,}2} + \sqrt[4]{3^8}$.

4. Сравните числа:

$\sqrt[3]{2}$ и $\sqrt{1}$.

$\sqrt[4]{3}$ и $\sqrt{4}$.

5. а) Внесите множитель под знак корня:

$2\sqrt[3]{7}$.

$3\sqrt[4]{2}$.

б) Вынесите множитель из-под знака корня:

$\sqrt[4]{32}$.

$\sqrt[3]{81}$.

Вариант Б1

1. Вычислите:

а) $\sqrt[5]{7\dfrac{19}{32}} - \sqrt[3]{-0{,}125}$;
б) $\sqrt[4]{(-5)^4} + \left(\sqrt[3]{-5}\right)^3$;
в) $\sqrt[3]{2^9 \cdot 3^6} + \sqrt[4]{27 \cdot 48}$.

2. Решите уравнения:

а) $\dfrac{1}{6}x^3 + 36 = 0$;
б) $2x^4 - 8 = 0$.

3. Упростите выражения:

а) $\sqrt{\sqrt[3]{c^6}} + \sqrt[6]{64c^{30}}$ $(c > 0)$;
б) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{2a} - \dfrac{\sqrt[4]{32a}}{\sqrt[4]{2}}$.

Вариант Б2

1. Вычислите:

а) $\sqrt[3]{1\dfrac{61}{64}} - \sqrt[5]{-0{,}00032}$;
б) $\sqrt[6]{(-7)^6} + \left(\sqrt[5]{-7}\right)^5$;
в) $\sqrt[4]{3^8 \cdot 2^{12}} + \sqrt[3]{25 \cdot 135}$.

2. Решите уравнения:

а) $49 + \dfrac{1}{7}x^3 = 0$;
б) $3x^6 - 18 = 0$.

3. Упростите выражения:

а) $\sqrt[3]{\sqrt{c^6}} + \sqrt[5]{32c^{25}}$ $(c > 0)$;
б) $\sqrt[4]{27} \cdot \sqrt[4]{3a} - \dfrac{\sqrt[3]{81a}}{\sqrt[3]{3}}$.

4. Сравните числа:

$\sqrt[3]{5}$ и $\sqrt{3}$.

$\sqrt[5]{3}$ и $\sqrt[3]{2}$.

5. а) Внесите множитель под знак корня:

$x\sqrt[4]{3x}$, где $x > 0$.

$x\sqrt[6]{2x^2}$, где $x > 0$.

б) Вынесите множители из-под знака корня:

$\sqrt[6]{128a^8}$, где $a < 0$.

$\sqrt[4]{243a^6}$, где $a < 0$.

Вариант В1

1. Вычислите:

а) $\sqrt[3]{42\frac{7}{8}} + \sqrt[4]{8 \cdot 162} - \frac{\sqrt[5]{160}}{\sqrt[5]{5}}$;

б) $\sqrt[6]{(-2)^6} - \left(\sqrt[12]{4^3}\right)^2$;

в) $\sqrt[4]{6 + 2\sqrt{5}} \cdot \sqrt[4]{6 - 2\sqrt{5}}$.

2. Решите уравнения:

а) $\frac{1}{32}x^5 + \frac{1}{243} = 0$;

б) $x^8 - 15x^4 - 16 = 0$.

3. Найдите значения x, при которых верны равенства:

а) $3\sqrt[5]{2x - 4} + 6 = 0$;

б) $\sqrt[4]{x} - 3\sqrt[8]{x} - 4 = 0$.

4. Сравните числа:

$-\sqrt{2\sqrt[3]{3}}$ и $-\sqrt[3]{5}$.

5. а) Внесите множители под знак корня:

$xy\sqrt[6]{-x}$, где $y > 0$.

б) Вынесите множители из-под знака корня:

$\sqrt[4]{-80a^5b^8}$.

Вариант В2

1. Вычислите:

а) $\sqrt[5]{7\frac{19}{32}} + \sqrt[3]{54 \cdot 32} - \frac{\sqrt[4]{162}}{\sqrt[4]{2}}$;

б) $\sqrt[8]{(-3)^8} - \left(\sqrt[16]{9^2}\right)^2$;

в) $\sqrt[5]{10 - 2\sqrt{17}} \cdot \sqrt[5]{10 + 2\sqrt{17}}$.

2. Решите уравнения:

а) $\frac{1}{125}x^3 + \frac{1}{216} = 0$;

б) $x^8 + 7x^4 - 8 = 0$.

3. Найдите значения x, при которых верны равенства:

а) $4\sqrt[3]{3x + 6} - 12 = 0$;

б) $\sqrt{x} - 5\sqrt[4]{x} - 6 = 0$.

4. Сравните числа:

$-\sqrt[4]{3}$ и $-\sqrt[8]{6\sqrt{2}}$.

5. а) Внесите множители под знак корня:

$-xy\sqrt[8]{-y}$, где $x > 0$.

б) Вынесите множители из-под знака корня:

$\sqrt[4]{-162a^7b^{16}}$.

С-19. ОПРЕДЕЛЕНИЕ И СВОЙСТВА СТЕПЕНИ С ДРОБНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

Вариант А1	Вариант А2
1. Представьте степени с дробным показателем в виде корней:	
а) $2a^{\frac{1}{3}}$;	а) $3b^{\frac{1}{2}}$;
б) $(2a)^{-\frac{3}{4}}$.	б) $(3b)^{-\frac{2}{3}}$.
2. Замените арифметические корни степенями с дробным показателем:	
а) $\sqrt[5]{7^2}$;	а) $\sqrt[7]{2^4}$;
б) $\dfrac{1}{\sqrt{x}}$.	б) $\dfrac{1}{\sqrt{c^3}}$.
3. Вычислите:	
а) $9^{-\frac{1}{6}} \cdot 9 : 9^{\frac{1}{3}}$;	а) $4^{-\frac{1}{3}} \cdot 4 : 4^{\frac{1}{6}}$;
б) $25^{\frac{1}{4}} \cdot \left(5^{-\frac{1}{6}}\right)^{-3}$;	б) $27^{\frac{1}{2}} \cdot \left(3^{-\frac{1}{4}}\right)^{2}$;
в) $\left(\dfrac{1}{16} \cdot 9^2\right)^{-\frac{1}{4}}$.	в) $\left(\dfrac{1}{125} \cdot 8^{-1}\right)^{\frac{1}{3}}$.
4. Упростите выражения:	
а) $\left(8x^{-0,3}\right)^{-\frac{2}{3}}$;	а) $\left(81y^{-0,4}\right)^{-\frac{3}{4}}$;
б) $a^{2,5} \cdot \left(a^{-\frac{3}{14}}\right)^{7}$.	б) $b^{3,5} \cdot \left(b^{-\frac{5}{18}}\right)^{9}$.
5. При каких значениях y имеет смысл выражение:	
$(y-4)^{\frac{2}{7}}$?	$(y+2)^{-\frac{3}{5}}$?

Вариант Б1

1. **Представьте степени с дробным показателем в виде корней:**

а) $4x^{-\frac{3}{7}}$;

б) $(4x)^{1,5}$.

2. **Замените арифметические корни степенями с дробным показателем:**

а) $\sqrt[11]{2a^2}$;

б) $\dfrac{1}{\sqrt[4]{a^{-3}}}$.

3. **Вычислите:**

а) $\dfrac{100^{1,3}\cdot 100^{-\frac{2}{15}}}{100^{\frac{2}{3}}}$;

б) $\left(\dfrac{1}{9}\right)^{-\frac{5}{4}}\cdot\left(3^{-\frac{3}{4}}\right)^2$;

в) $\left(\dfrac{1}{49}\cdot 0,09\right)^{-0,5}$.

4. **Упростите выражения:**

а) $\left(16a^{1,5}\right)^{-\frac{2}{3}}$;

б) $a^{-1\frac{1}{2}}\cdot b^{\frac{5}{6}}\cdot\left(a^{0,5}\cdot b^{\frac{1}{18}}\right)^3$.

5. **При каких значениях y имеет смысл выражение:**

$(y-2)^{-\frac{3}{4}}+(1+y)^{\frac{1}{2}}$?

Вариант Б2

1. **Представьте степени с дробным показателем в виде корней:**

а) $5x^{-\frac{5}{6}}$;

б) $(5x)^{2,5}$.

2. **Замените арифметические корни степенями с дробным показателем:**

а) $\sqrt[9]{3a^4}$;

б) $\dfrac{1}{\sqrt[5]{a^{-4}}}$.

3. **Вычислите:**

а) $\dfrac{25^{1,25}\cdot 25^{-\frac{5}{12}}}{25^{\frac{1}{3}}}$;

б) $\left(\dfrac{1}{8}\right)^{-\frac{5}{9}}\cdot\left(2^{-\frac{2}{9}}\right)^3$;

в) $\left(\dfrac{1}{36}\cdot 0,16\right)^{-0,5}$.

4. **Упростите выражения:**

а) $\left(32a^{2,5}\right)^{-\frac{2}{5}}$;

б) $a^{-1\frac{1}{3}}\cdot b^{0,75}\cdot\left(a^{\frac{1}{3}}\cdot b^{\frac{1}{16}}\right)^4$.

5. **При каких значениях y имеет смысл выражение:**

$(y-2)^{-\frac{1}{3}}+(y+3)^{\frac{2}{5}}$?

Вариант В1

1. Представьте степени с дробным показателем в виде корней:

а) $-3x^{-1,75}$;

б) $(x-y)^{\frac{3}{5}}$.

2. Замените арифметические корни степенями с дробным показателем:

а) $a\sqrt{2a\sqrt[5]{a}}$;

б) $\dfrac{1}{\sqrt[12]{16a^2b^4}}$.

3. Вычислите:

а) $\left(\dfrac{3^{-\frac{4}{3}}\cdot 3^{-\frac{3}{4}}}{3^{-\frac{1}{12}}}\right)^{\frac{1}{2}}$;

б) $\left(2{,}5^{-\frac{2}{9}}\right)^{1,5}\cdot\left(\dfrac{4}{25}\right)^{-\frac{1}{6}}$;

в) $\left(\dfrac{27}{216}\cdot 0{,}064\right)^{-\frac{2}{3}}$.

4. Упростите выражения:

а) $\left(0{,}25a^{\frac{2}{3}}b^{-\frac{1}{3}}\right)^{-1,5}$;

б) $\left(x^{-\frac{5}{14}}y^{\frac{5}{7}}\right)^{1,4}\left(x^{\frac{1}{5}}y^{0,4}\right)^{-2,5}$.

5. При каких значениях y имеет смысл выражение:

$\left(\dfrac{6-7y+y^2}{y-1}\right)^{\frac{1}{6}}$?

Вариант В2

1. Представьте степени с дробным показателем в виде корней:

а) $-2x^{-2,125}$;

б) $(x+y)^{\frac{3}{7}}$.

2. Замените арифметические корни степенями с дробным показателем:

а) $a\sqrt[3]{3a\sqrt{a}}$;

б) $\dfrac{1}{\sqrt[6]{9a^2b^3}}$.

3. Вычислите:

а) $\left(\dfrac{2^{-\frac{2}{3}}\cdot 2^{-\frac{3}{2}}}{2^{-\frac{1}{6}}}\right)^{-\frac{1}{2}}$;

б) $\left(1{,}5^{-\frac{4}{15}}\right)^{1,25}\cdot\left(\dfrac{8}{27}\right)^{-\frac{1}{9}}$;

в) $\left(0{,}027\cdot\dfrac{8}{125}\right)^{-\frac{2}{3}}$.

4. Упростите выражения:

а) $\left(0{,}36a^{\frac{2}{5}}b^{-\frac{1}{5}}\right)^{-2,5}$;

б) $\left(x^{-\frac{5}{12}}y^{\frac{5}{6}}\right)^{1,2}\left(x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}}\right)^{-1,5}$.

5. При каких значениях y имеет смысл выражение:

$\left(\dfrac{3-2y-y^2}{y+3}\right)^{-\frac{1}{4}}$?

С-20. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СТЕПЕННЫХ ВЫРАЖЕНИЙ С РАЦИОНАЛЬНЫМИ ПОКАЗАТЕЛЯМИ

Вариант А1

1. Упростите выражения:

а) $\dfrac{a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}}{a^{\frac{1}{6}}}$;

б) $\left(x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{5}{3}}\right)x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}}$.

2. С помощью формул сокращенного умножения преобразуйте выражения:

а) $\left(2a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right)\left(2a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right)$;

б) $\left(a^{\frac{1}{2}} + a^{\frac{2}{3}}\right)^2$.

3. Сократите дробь:

$\dfrac{(x-y)x^{\frac{1}{3}}}{\left(x^{0,5} + y^{0,5}\right)x^{\frac{2}{3}}}$.

Вариант А2

1. Упростите выражения:

а) $\dfrac{a^{\frac{3}{4}}\sqrt[3]{a}}{a^{\frac{1}{12}}}$;

б) $\left(x^{\frac{5}{4}} - y^{\frac{1}{4}}\right)x^{\frac{3}{4}}y^{\frac{3}{4}}$.

2. С помощью формул сокращенного умножения преобразуйте выражения:

а) $\left(a^{\frac{1}{2}} + 3b^{\frac{1}{2}}\right)\left(a^{\frac{1}{2}} - 3b^{\frac{1}{2}}\right)$;

б) $\left(a^{\frac{1}{5}} - a^{\frac{4}{5}}\right)^2$.

3. Сократите дробь:

$\dfrac{\left(x^{0,5} - y^{0,5}\right)y^{\frac{1}{4}}}{(x-y)y^{\frac{3}{4}}}$.

Вариант Б1

1. Упростите выражения:

а) $\dfrac{a^{\frac{5}{6}}\sqrt[3]{a^2}}{\left(a^{\frac{1}{4}}\right)^{-2}}$;

Вариант Б2

1. Упростите выражения:

а) $\dfrac{a^{\frac{1}{2}}\sqrt[4]{a^3}}{\left(a^{\frac{3}{8}}\right)^{-2}}$;

б) $x^{0,5}y^{0,5}\left(x^{-0,5}+y^{-0,5}\right)-y$.

б) $x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}}\left(x^{-\frac{1}{3}}-y^{-\frac{1}{3}}\right)+x$.

2. Преобразуйте выражения:

а) $\left(a^{\frac{1}{8}}-b^{\frac{1}{8}}\right)\left(a^{\frac{1}{8}}+b^{\frac{1}{8}}\right)\left(\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}\right)$;

а) $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\left(a^{\frac{1}{4}}-b^{\frac{1}{4}}\right)\left(a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}}\right)$;

б) $\left(a^{\frac{1}{4}}+3a^{\frac{3}{2}}\right)^2-\sqrt{a}-9a^3$.

б) $\left(3a^{\frac{1}{4}}+a^{\frac{3}{4}}\right)^2-6a$.

3. Сократите дробь:

$$\frac{x^{\frac{3}{4}}-x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{4}}}{x^{\frac{3}{4}}-x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{1}{2}}}.$$

$$\frac{x-x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}}}{x-x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}}}.$$

Вариант В1

Вариант В2

1. Упростите выражения:

а) $\dfrac{\sqrt{\sqrt[3]{a}}\cdot b^{\frac{5}{6}}}{a^{-\frac{5}{6}}\left(b^{-1,2}\right)^{\frac{5}{18}}}$;

а) $\dfrac{\sqrt[4]{\sqrt{a}}\cdot b^{0,5}}{a^{-\frac{7}{8}}\left(b^{-1,6}\right)^{\frac{5}{16}}}$;

б) $x^{-\frac{2}{3}}y^{-\frac{2}{3}}\left(x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}\right)\left(x^{-\frac{2}{3}}-y^{-\frac{2}{3}}\right)$.

б) $x^{-\frac{1}{4}}y^{-\frac{1}{4}}\left(x^{\frac{1}{4}}-y^{\frac{1}{4}}\right)\left(x^{-\frac{1}{4}}+y^{-\frac{1}{4}}\right)$.

2. Преобразуйте выражения:

а) $\left(a^{\frac{2}{3}}+2a^{\frac{1}{3}}\right)^2-\left(a^{\frac{2}{3}}-2a^{\frac{1}{3}}\right)^2$;

а) $\left(3a^{\frac{4}{5}}-a^{\frac{1}{5}}\right)^2-\left(3a^{\frac{4}{5}}+a^{\frac{1}{5}}\right)^2$;

б) $\left(a^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{2}{3}}\right)\left(a^{\frac{4}{3}}-a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{4}{3}}\right)$.

б) $\left(a^{\frac{1}{6}}-b^{\frac{1}{6}}\right)\left(a^{\frac{1}{3}}+a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{1}{6}}+b^{\frac{1}{3}}\right)$.

3. Сократите дробь:

$$\frac{x-2+x^{-1}}{x^{\frac{1}{2}}-x^{-\frac{1}{2}}}.$$

$$\frac{x^{\frac{1}{3}}+x^{-\frac{2}{3}}}{x+2+x^{-1}}.$$

К-6. СТЕПЕНЬ С РАЦИОНАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

Вариант А1

1. Вычислите:

а) $\dfrac{2^{-\frac{1}{3}} \cdot 2^{0,5}}{\sqrt[6]{2}}$;

б) $\left(\dfrac{27}{125}\right)^{-\frac{2}{3}} \cdot \left(\sqrt{3}\right)^4$.

2. Представьте в виде степени с основанием x:

а) $\sqrt{x} \cdot \sqrt[4]{x}$;

б) $x:\left(\sqrt[6]{x}\right)^2$.

3. Сократите дроби:

а) $\dfrac{x^{1,5} - x^{0,5}}{x^{0,5}}$;

б) $\dfrac{x^{\frac{1}{3}} - 25}{\left(x^{\frac{1}{6}} + 5\right)^2}$.

4. Решите уравнение:

$(y-1)^{\frac{1}{5}} = 2$.

5. Упростите выражение:

$$\left(\frac{x}{x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} + y} - \frac{y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}}\right) : \frac{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}}{y^{\frac{1}{2}}}.$$

Вариант А2

1. Вычислите:

а) $\dfrac{\sqrt{5} \cdot 5^{1\frac{1}{3}}}{5^{\frac{5}{6}}}$;

б) $\left(\dfrac{81}{16}\right)^{-\frac{3}{4}} \cdot \left(\sqrt[3]{3}\right)^9$.

2. Представьте в виде степени с основанием x:

а) $\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt{x}$;

б) $x:\left(\sqrt[4]{x}\right)^2$.

3. Сократите дроби:

а) $\dfrac{x^{0,2}}{x^{1,2} + x^{0,2}}$;

б) $\dfrac{\left(x^{\frac{1}{4}} - 4\right)^2}{x^{\frac{1}{2}} - 16}$.

4. Решите уравнение:

$(y+2)^{\frac{1}{2}} = 3$.

5. Упростите выражение:

$$\left(\frac{x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}} - \frac{y}{x - x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}}\right) : \frac{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}}.$$

Вариант Б1

1. Вычислите:

а) $8^{-\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{8^2}$;

б) $\left(\frac{\sqrt[3]{36}}{\sqrt[3]{49}}\right)^{-\frac{3}{2}} \cdot \left(\sqrt[5]{6}\right)^{10}$.

2. Представьте в виде степени с основанием x:

а) $\sqrt[6]{x} \cdot \sqrt[8]{x^3}$;

б) $\frac{x \cdot x^{-\frac{1}{4}}}{\left(\sqrt[8]{x}\right)^2}$.

3. Сократите дроби:

а) $\frac{x + 2x^{0,5}}{x^{1,5} + 2x}$;

б) $\frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} - b}{a^{0,5} + 2a^{0,25}b^{0,25} + b^{0,5}}$.

4. Решите уравнение:

$x^{0,8} \cdot x^{1,2} - x^{0,8} \cdot x^{0,2} - 2 = 0$.

5. Упростите выражение:

$$\left(\frac{x - x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{2}{3}} - 1} - 2\sqrt[3]{x} + 1\right) \cdot \frac{1 + x^{\frac{1}{3}}}{1 - x^{\frac{2}{3}}}.$$

Вариант Б2

1. Вычислите:

а) $81^{-\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[4]{81^3}$;

б) $\left(\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{125}}\right)^{-\frac{2}{3}} \cdot \left(\sqrt[4]{3}\right)^{8}$.

2. Представьте в виде степени с основанием x:

а) $\sqrt[10]{x} \cdot \sqrt[15]{x^6}$;

б) $\frac{x \cdot x^{-\frac{3}{8}}}{\left(\sqrt[24]{x}\right)^3}$.

3. Сократите дроби:

а) $\frac{x^{\frac{4}{3}} - 3x}{x - 3x^{\frac{2}{3}}}$;

б) $\frac{a^{\frac{1}{3}} - 2a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{3}}}{a - a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{3}}}$.

4. Решите уравнение:

$x^{1,5}x^{0,5} + 2\left(x^{0,5}\right)^2 - 3 = 0$.

5. Упростите выражение:

$$\left(1 + 2x^{\frac{2}{3}} - \frac{x + x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{1}{3}} + 1}\right) \cdot \frac{1 - x^{\frac{2}{3}}}{1 - x^{\frac{4}{3}}}.$$

Вариант В1

1. Вычислите:

а) $\dfrac{9^{-0,5}\cdot 27^{\frac{2}{5}}}{\sqrt[5]{3}}$;

б) $\left(\dfrac{8^{\frac{4}{3}}\cdot 3^{-\frac{3}{4}}}{18^{-1}}\right)^{\frac{4}{5}}$.

2. Представьте в виде степени с основанием x:

а) $\dfrac{\sqrt[3]{x^{-1}}\cdot\left(x^{-0,25}\right)^{2}}{x^{-\frac{1}{6}}}$;

б) $\sqrt[8]{x^{2}\sqrt[3]{x^{2}}}$.

3. Сократите дроби:

а) $\dfrac{x^{1,5}-y^{1,5}}{x^{\frac{4}{3}}+x^{\frac{1}{3}}y+x^{\frac{5}{6}}y^{\frac{1}{2}}}$;

б) $\dfrac{x+2\sqrt{xy}+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}+x-y}$.

4. Решите уравнение:

$2x^{\frac{4}{3}}-3x\sqrt[3]{\dfrac{1}{x}}=20$.

5. Упростите выражение:

$\dfrac{x-1}{x^{\frac{2}{3}}+x^{\frac{1}{3}}}\cdot\left(\dfrac{x^{\frac{1}{3}}}{x-1}+\dfrac{1}{x^{\frac{1}{3}}-1}\right)$.

Вариант В2

1. Вычислите:

а) $\dfrac{32^{0,25}\cdot 8^{-\frac{1}{3}}}{\sqrt[4]{2}}$;

б) $\left(\dfrac{9^{\frac{3}{2}}\cdot 5^{-\frac{2}{3}}}{75^{-1}}\right)^{\frac{3}{4}}$.

2. Представьте в виде степени с основанием x:

а) $\dfrac{\sqrt{x^{-1}}\cdot\left(x^{-\frac{1}{6}}\right)^{2}}{x^{-\frac{7}{6}}}$;

б) $\sqrt[5]{x\sqrt[3]{x^{2}}}$.

3. Сократите дроби:

а) $\dfrac{x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}}-x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}}+y}{x+y}$;

б) $\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{y}+x-y}{x-2\sqrt{xy}+y}$.

4. Решите уравнение:

$3x^{\frac{5}{3}}+2x\sqrt[6]{\dfrac{1}{x}}=5$.

5. Упростите выражение:

$\left(\dfrac{x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{1}{3}}+1}-\dfrac{3x^{\frac{1}{3}}-1}{x+1}\right)\cdot\dfrac{x+1}{x^{\frac{2}{3}}-1}$.

С-21. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Вариант А1

1. Вычислите:

а) $\cos 0° - 2\sin 90°$;
б) $4\operatorname{tg} 45° + \sin 270°$.

2. Найдите значение выражения:

$\sin\alpha + \cos 2\alpha$ при $\alpha = 30°$.

3. Укажите три значения β, при которых

$\cos\beta = -1$.

4. Объясните, может ли $\cos\alpha$ принимать значение, равное

$\sqrt{5} - 1$.

Вариант А2

1. Вычислите:

а) $2\sin 0° - \cos 180°$;
б) $3\operatorname{ctg} 45° + \sin 90°$.

2. Найдите значение выражения:

$\cos\alpha - \sin\frac{\alpha}{2}$ при $\alpha = 60°$.

3. Укажите три значения β, при которых

$\sin\beta = -1$.

4. Объясните, может ли $\cos\alpha$ принимать значение, равное

$1 - 2\sqrt{2}$.

Вариант Б1

1. Вычислите:

а) $\sin 30°\cos 60° - \sin^2 45°$;
б) $2\cos 180° - \sin^2 270°$.

2. Найдите значение выражения:

$\operatorname{tg} 2\alpha\operatorname{ctg}\alpha - \sin 3\alpha$ при $\alpha = 30°$.

3. Укажите три значения β, при которых

$\sin\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

4. Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения

$3\cos\alpha - 2$.

Вариант Б2

1. Вычислите:

а) $\cos 30°\sin 60° + \cos^2 45°$;
б) $3\sin 90° - \cos^2 0°$.

2. Найдите значение выражения:

$\operatorname{tg}\alpha\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2} + \cos 3\alpha$ при $\alpha = 60°$.

3. Укажите три значения β, при которых

$\cos\beta = \frac{1}{2}$.

4. Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения

$1 + 4\sin\alpha$.

Вариант В1

1. Вычислите:

а) $\dfrac{2\sin 30^\circ \cos 0^\circ}{\operatorname{tg} 30^\circ \sin 60^\circ}$;

б) $(\operatorname{ctg} 45^\circ - \cos 270^\circ)\sin 90^\circ$.

2. Сравните с нулем значение выражения:

$\cos\alpha - \sin(\alpha + 15^\circ)\operatorname{tg}(\alpha - 15^\circ)$ при $\alpha = 45^\circ$.

3. Укажите три значения β, при которых

$\sin\beta = \cos\beta$.

4. Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения

$|2 - 3\cos\alpha|$.

Вариант В2

1. Вычислите:

а) $\dfrac{2\cos 60^\circ \sin 90^\circ}{\operatorname{ctg} 60^\circ \cos 30^\circ}$;

б) $(\operatorname{tg} 45^\circ + \sin 180^\circ)\cos 180^\circ$.

2. Сравните с нулем значение выражения:

$\sin\alpha - \cos(\alpha + 15^\circ)\operatorname{ctg}(\alpha - 15^\circ)$ при $\alpha = 45^\circ$.

3. Укажите три значения β, при которых

$\operatorname{tg}\beta = \operatorname{ctg}\beta$.

4. Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения

$3 - 4|\sin\alpha|$.

С-22. СВОЙСТВА ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ. РАДИАННАЯ МЕРА УГЛА

Вариант А1

1. Вычислите:

а) $2\sin\dfrac{\pi}{3} - \operatorname{tg}\dfrac{\pi}{6}$;

б) $\cos 2\pi + 2\operatorname{ctg}\dfrac{\pi}{2}$.

2. Определите знак выражений:

а) $\sin\alpha \operatorname{tg}\alpha$, если α — угол четвертой четверти;

б) $\cos 812^\circ$.

3. Найдите значение выражений:

а) $\sin(-45^\circ)$;

б) $\operatorname{ctg}\dfrac{9\pi}{4}$.

Вариант А2

1. Вычислите:

а) $2\cos\dfrac{\pi}{6} - \operatorname{ctg}\dfrac{\pi}{3}$;

б) $\sin\dfrac{3\pi}{2} - 2\operatorname{tg}\pi$.

2. Определите знак выражений:

а) $\cos\alpha \operatorname{ctg}\alpha$, если α — угол второй четверти;

б) $\sin 905^\circ$.

3. Найдите значение выражений:

а) $\cos(-60^\circ)$;

б) $\operatorname{tg}\dfrac{7\pi}{3}$.

4. Объясните, имеет ли смысл выражение

$\sqrt{\cos 2\alpha}$, если $\alpha = 230°$.

$\sqrt{\sin\frac{\alpha}{2}}$, если $\alpha = 520°$.

Вариант Б1

1. Вычислите:

а) $\sin\frac{\pi}{3}\operatorname{tg}\frac{\pi}{3} - \operatorname{ctg}\frac{\pi}{4}$;

б) $\cos\frac{3\pi}{2} - \operatorname{ctg}\frac{\pi}{2} + \sin\pi$.

2. Определите знак выражений:

а) $\frac{\sin\alpha\cos\alpha}{\operatorname{ctg}\alpha}$, если α — угол второй четверти;

б) $\operatorname{tg}\frac{\pi}{7}\cdot\cos\frac{3\pi}{5}$.

3. Найдите значения выражений:

а) $\sin(-765°)$;

б) $\operatorname{ctg}\frac{25\pi}{6}$.

4. Определите, в каких координатных четвертях значение выражения отрицательно:

$\frac{\cos\alpha}{\operatorname{tg}\alpha}$.

Вариант Б2

1. Вычислите:

а) $\cos\frac{\pi}{6}\operatorname{ctg}\frac{\pi}{6} - \operatorname{tg}\frac{\pi}{4}$;

б) $\sin\pi + \operatorname{tg}2\pi - \cos\frac{\pi}{2}$.

2. Определите знак выражений:

а) $\frac{\sin\alpha\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{ctg}\alpha}$, если α — угол третьей четверти;

б) $\cos\frac{6\pi}{7}\operatorname{tg}\frac{9\pi}{8}$.

3. Найдите значения выражений:

а) $\cos(-750°)$;

б) $\operatorname{tg}\frac{17\pi}{4}$.

4. Определите, в каких координатных четвертях значение выражения отрицательно:

$\frac{\sin\alpha}{\operatorname{ctg}\alpha}$.

Вариант В1

1. Вычислите:

а) $\cos\frac{\pi}{6}\sin\frac{\pi}{4}\operatorname{ctg}\frac{\pi}{3}$;

б) $\operatorname{tg}2\pi - \frac{2}{3}\sin\frac{3\pi}{2} - \frac{1}{3}\cos\pi$.

Вариант В2

1. Вычислите:

а) $\operatorname{tg}\frac{\pi}{6}\cos\frac{\pi}{4}\sin\frac{\pi}{3}$;

б) $2\operatorname{ctg}\frac{\pi}{2} - 3\cos\frac{3\pi}{2} + 5\sin 0$.

2. Определите знак выражений:

а) $\dfrac{\cos\alpha + \operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{ctg}\alpha}$, если α — угол второй четверти;

б) $\dfrac{\sin\dfrac{4\pi}{3}\cos\dfrac{5\pi}{3}}{\operatorname{tg}\dfrac{7\pi}{3}}$.

а) $\dfrac{\sin\alpha + \operatorname{ctg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha}$, если α — угол четвертой четверти;

б) $\dfrac{\cos\dfrac{3\pi}{5}\sin\dfrac{4\pi}{5}}{\operatorname{ctg}\dfrac{6\pi}{5}}$.

3. Найдите значение выражений:

а) $\operatorname{tg}\left(-\dfrac{13\pi}{6}\right)\sin\left(-\dfrac{13\pi}{3}\right)$;

б) $\cos(-765°) - \sin(-405°)$.

а) $\operatorname{ctg}\left(-\dfrac{13\pi}{3}\right)\cos\left(-\dfrac{25\pi}{6}\right)$;

б) $\sin(-1125°) - \cos(-405°)$.

4. Определите, в какой четверти может лежать угол α, если

$|\sin\alpha| = -\sin\alpha$.

$|\operatorname{tg}\alpha| = -\operatorname{tg}\alpha$.

С-23. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ТОЖДЕСТВА И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ

Вариант А1

1. Найдите

$\cos\alpha$, если $\sin\alpha = \dfrac{8}{17}$ и $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

2. Упростите выражения:

а) $\operatorname{tg}\alpha\operatorname{ctg}\alpha - \sin^2\alpha$;

б) $\dfrac{\cos^2\alpha - 1}{\cos^2\alpha}$.

3. Докажите тождества:

а) $(1 + \operatorname{tg}^2\alpha)\cos^4\alpha + \sin^2\alpha = 1$;

б) $\dfrac{1 - \sin^2\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}\cdot\operatorname{tg}\alpha = 1$.

Вариант А2

1. Найдите

$\sin\alpha$, если $\cos\alpha = -\dfrac{5}{13}$ и $\pi < \alpha < \dfrac{3\pi}{2}$.

2. Упростите выражения:

а) $\cos^2\alpha - \operatorname{tg}\alpha\operatorname{ctg}\alpha$;

б) $\dfrac{1 - \sin^2\alpha}{\sin^2\alpha}$.

3. Докажите тождества:

а) $(1 + \operatorname{ctg}^2\alpha)\sin^4\alpha + \cos^2\alpha = 1$;

б) $\dfrac{1 - \cos^2\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha}\cdot\operatorname{ctg}\alpha = 1$.

Вариант Б1

1. Найдите значения тригонометрических функций угла α, если известно, что

$\cos\alpha = \frac{12}{13}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

2. Упростите выражения:

а) $\left(\frac{1}{\cos^2\alpha} - 1\right) \cdot \operatorname{ctg}^2\alpha$;

б) $\operatorname{tg}\alpha\operatorname{ctg}\alpha - (\operatorname{tg}\alpha\cos\alpha)^2$.

3. Докажите тождества:

а) $\sin^4\alpha + 2\cos^2\alpha - \cos^4\alpha = 1$;

б) $\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} - \frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha} = -2\operatorname{ctg}\alpha$.

Вариант Б2

1. Найдите значения тригонометрических функций угла α, если известно, что

$\sin\alpha = \frac{15}{17}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

2. Упростите выражения:

а) $\left(\frac{1}{\sin^2\alpha} - 1\right) \cdot \operatorname{tg}^2\alpha$;

б) $\operatorname{tg}\alpha\operatorname{ctg}\alpha - (\operatorname{ctg}\alpha\sin\alpha)^2$.

3. Докажите тождества:

а) $\cos^4\alpha + 2\sin^2\alpha - \sin^4\alpha = 1$;

б) $\frac{\cos\alpha}{1-\sin\alpha} - \frac{\cos\alpha}{1+\sin\alpha} = 2\operatorname{tg}\alpha$.

Вариант В1

1. Найдите значения тригонометрических функций угла α, если известно, что

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{8}{15}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

2. Упростите выражения:

а) $\frac{1-\sin\alpha}{\cos\alpha} - \frac{\cos\alpha}{1+\sin\alpha}$;

б) $\left(\cos^2\alpha + \frac{1}{1+\operatorname{ctg}^2\alpha}\right) : \operatorname{tg}\alpha$.

3. Докажите тождества:

а) $\frac{\cos^4\alpha - \sin^4\alpha}{\cos^2\alpha} + 2\operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$;

б) $\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\alpha} = \sin^2\alpha$.

Вариант В2

1. Найдите значения тригонометрических функций угла α, если известно, что

$\operatorname{ctg}\alpha = -\frac{12}{13}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

2. Упростите выражения:

а) $\frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha} - \frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha}$;

б) $\left(\sin^2\alpha + \frac{1}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}\right) : \operatorname{ctg}\alpha$.

3. Докажите тождества:

а) $\frac{\sin^4\alpha - \cos^4\alpha}{\sin^2\alpha} + 2\operatorname{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$;

б) $\frac{\operatorname{ctg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\alpha} = \cos^2\alpha$.

С-24. ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

Вариант А1

1. Приведите выражения к тригонометрической функции угла α:

а) $\cos(180° - \alpha)$;

б) $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$.

2. Найдите значения выражений:

а) $\sin 210°$;

б) $\operatorname{ctg}\frac{3\pi}{4}$.

3. Упростите выражение:

$$\operatorname{ctg}(\pi - \alpha)\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right).$$

Вариант А2

1. Приведите выражения к тригонометрической функции угла α:

а) $\sin(360° - \alpha)$;

б) $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$.

2. Найдите значения выражений:

а) $\cos 300°$;

б) $\operatorname{tg}\frac{5\pi}{4}$.

3. Упростите выражение:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)\sin(\pi - \alpha) + \cos(\pi + \alpha).$$

Вариант Б1

1. Упростите выражения:

а) $\sin(90° + \alpha) + \cos(360° - \alpha)$;

б) $\operatorname{tg}(\pi + \alpha) - \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$.

2. Найдите значения выражений:

а) $\sin 840°$;

б) $\operatorname{ctg}\left(-\frac{11\pi}{6}\right)$.

3. Докажите тождество:

$$\frac{\sin(\pi - \alpha) - \operatorname{ctg}\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)}{1 + \cos(-\alpha)} = \operatorname{tg}(\pi + \alpha).$$

Вариант Б2

1. Упростите выражения:

а) $\sin(270° - \alpha) - \cos(180° + \alpha)$;

б) $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \operatorname{ctg}(2\pi - \alpha)$.

2. Найдите значения выражений:

а) $\cos(-600°)$;

б) $\operatorname{tg}\frac{15\pi}{4}$.

3. Докажите тождество:

$$\frac{\cos(2\pi - \alpha) - \operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)}{1 - \sin(-\alpha)} = \operatorname{ctg}(\pi + \alpha).$$

Вариант В1 **Вариант В2**

1. Упростите выражения:

В1:

а) $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2}-1\right)\sin(\pi-1)+\cos(\pi+1)$;

б) $1-\sin(\alpha-\pi)\sin\left(\alpha+\frac{3\pi}{2}\right)\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$.

В2:

а) $\operatorname{ctg}(\pi-3)\cos\left(\frac{\pi}{2}-3\right)-\sin\left(\frac{3\pi}{2}+3\right)$;

б) $1-\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)\cos(\alpha+\pi)\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)$.

2. Найдите значения выражений:

В1:

а) $\sin(-690°)$;

б) $\operatorname{ctg}\frac{21\pi}{4}$.

В2:

а) $\cos 1020°$;

б) $\operatorname{tg}\left(-\frac{27\pi}{4}\right)$.

3. Докажите тождество:

В1: $\sin\left(\frac{\pi}{6}-\alpha\right)-\cos\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)=0$.

В2: $\cos\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right)-\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)=0$.

К-7. СВОЙСТВА ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ТОЖДЕСТВА. ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

Вариант А1 **Вариант А2**

1. Вычислите:

А1:

а) $2\cos 30°+\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right)$;

б) $\operatorname{ctg}\frac{5\pi}{2}-\sin 225°$.

А2:

а) $2\sin 60°+\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{6}\right)$;

б) $\cos\frac{7\pi}{4}+\operatorname{tg}540°$.

2. Упростите выражения:

А1:

а) $(1-\cos^2\alpha)(1+\operatorname{tg}^2\alpha)$;

б) $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)+\sin^2\alpha$.

А2:

а) $(1+\operatorname{ctg}^2\alpha)(1-\sin^2\alpha)$;

б) $\operatorname{tg}(\pi+\alpha)\operatorname{ctg}(2\pi-\alpha)+\cos^2\alpha$.

3. Известно, что

А1: $\sin\alpha=0{,}6$ и $90°<\alpha<180°$. Найдите $\operatorname{tg}(180°+\alpha)$.

А2: $\cos\alpha=0{,}8$ и $270°<\alpha<360°$. Найдите $\operatorname{ctg}(90°-\alpha)$.

4. Докажите тождества:

а) $1+\mathrm{tg}^2\alpha=\dfrac{\mathrm{tg}^2\alpha}{\sin^2\alpha}$;

б) $\dfrac{\cos\alpha-\cos^3\alpha}{\sin^2\alpha}=-\sin\left(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha\right)$.

а) $1+\mathrm{ctg}^2\alpha=\dfrac{\mathrm{ctg}^2\alpha}{\cos^2\alpha}$;

б) $\dfrac{\sin^3\alpha-\sin\alpha}{\cos^2\alpha}=\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha\right)$.

5. Объясните, существует ли угол α, для которого

$\sin\alpha=\dfrac{3}{4}$; $\cos\alpha=\dfrac{1}{4}$.

$\mathrm{tg}\,\alpha=0{,}4$; $\mathrm{ctg}\,\alpha=2{,}5$.

Вариант Б1

Вариант Б2

1. Вычислите:

а) $2\sin 60°+\mathrm{ctg}\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)-\cos 0$;

б) $\sqrt{3}\cos\left(-\dfrac{5\pi}{6}\right)-\sin 570°$.

а) $\cos 30°+\dfrac{1}{2}\mathrm{tg}\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)-\cos\pi$;

б) $\sqrt{3}\cos\dfrac{7\pi}{6}+\cos(-480°)$.

2. Упростите выражения:

а) $\sin^4\alpha+\sin^2\alpha\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$;

б) $\dfrac{1}{\cos^2(\pi-\alpha)}+\mathrm{ctg}\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)\mathrm{tg}\left(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha\right)$.

а) $\cos^4\alpha+\sin^2\alpha\cos^2\alpha-\cos^2\alpha$;

б) $\dfrac{1}{\sin^2(\pi+\alpha)}+\mathrm{tg}(\pi+\alpha)\,\mathrm{ctg}(2\pi-\alpha)$.

3. Известно, что

$\mathrm{tg}\,\alpha=\dfrac{3}{4}$ и $180°<\alpha<270°$.
Найдите $\cos(180°+\alpha)$.

$\mathrm{ctg}\,\alpha=-\dfrac{4}{3}$ и $270°<\alpha<360°$.
Найдите $\sin(270°+\alpha)$.

4. Докажите тождества:

а) $\dfrac{\cos^2\alpha}{\mathrm{tg}^2\alpha-\sin^2\alpha}=\mathrm{ctg}^4\alpha$;

б) $\dfrac{1}{\sin x}-\sin x=\cos(x-2\pi)\,\mathrm{ctg}(x-\pi)$.

а) $\dfrac{\sin^2\alpha}{\mathrm{ctg}^2\alpha-\cos^2\alpha}=\mathrm{tg}^4\alpha$;

б) $\dfrac{1}{\cos x}-\cos x=\cos\left(x-\dfrac{\pi}{2}\right)\mathrm{ctg}\left(\dfrac{3\pi}{2}-x\right)$.

5. Объясните, существуют ли углы α и β, для которых

$\sin\beta=\sin\alpha+\cos\alpha$,
$\cos\beta=\sin\alpha-\cos\alpha$.

$\mathrm{tg}\,\beta=\sin^4\alpha-\cos^4\alpha$,
$\mathrm{ctg}\,\beta=\dfrac{2}{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}$.

Вариант В1

1. Вычислите:

а) $\dfrac{\sin(-45^\circ)\cos 315^\circ + \sin 630^\circ}{\operatorname{tg}\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)\operatorname{ctg}\left(-\dfrac{13\pi}{6}\right)}$;

б) $1+\cos\dfrac{\pi}{3}+\cos^2\dfrac{\pi}{3}+\cos^3\dfrac{\pi}{3}+\ldots$

2. Упростите выражения:

а) $\cos^4\alpha+\cos^2\alpha\sin^2\alpha+\sin^2\alpha+\operatorname{tg}^2\alpha$;

б) $\dfrac{\operatorname{ctg}\left(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha\right)\operatorname{tg}(\pi+\alpha)}{1+\operatorname{tg}^2(2\pi-\alpha)}$.

3. Известно, что $2\cos^2\alpha-5\cos\alpha+2=0$ и $270^\circ<\alpha<360^\circ$. Найдите $\operatorname{tg}\left(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha\right)$.

4. Докажите тождества:

а) $\dfrac{\cos(\alpha-2\pi)\cos^2(270^\circ+\alpha)}{\operatorname{tg}(\alpha-\pi)\sin(90^\circ+\alpha)}=\sin\alpha\cos\alpha$;

б) $\sin^6\alpha+\cos^6\alpha+3\sin^2\alpha\cos^2\alpha=1$.

5. Найдите значение выражения:

$\dfrac{4\sin\alpha-\cos\alpha}{\sin\alpha-3\cos\alpha}$, если $\operatorname{tg}\alpha=4$.

Вариант В2

1. Вычислите:

а) $\dfrac{\cos(-45^\circ)\sin 405^\circ - \cos 900^\circ}{\operatorname{tg}\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)\operatorname{ctg}\left(-\dfrac{7\pi}{3}\right)}$;

б) $1-\sin\dfrac{\pi}{6}+\sin^2\dfrac{\pi}{6}-\sin^3\dfrac{\pi}{6}+\ldots$

2. Упростите выражения:

а) $\sin^4\alpha+\cos^2\alpha\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+\operatorname{ctg}^2\alpha$;

б) $\dfrac{\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)\operatorname{ctg}(\pi-\alpha)}{1+\operatorname{ctg}^2(\pi+\alpha)}$.

3. Известно, что $4\sin^2\alpha-8\sin\alpha+3=0$ и $90^\circ<\alpha<180^\circ$. Найдите $\operatorname{ctg}\left(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha\right)$.

4. Докажите тождества:

а) $\dfrac{\sin(\alpha-\pi)\sin(90^\circ+\alpha)}{\operatorname{ctg}\left(\alpha-\dfrac{\pi}{2}\right)\cos^2(270^\circ-\alpha)}=\operatorname{ctg}^2\alpha$;

б) $(1-\sin^4\alpha-\cos^4\alpha)(1+\operatorname{tg}^2\alpha)=2\sin^2\alpha$.

5. Найдите значение выражения:

$\dfrac{3\cos\alpha+4\sin\alpha}{\cos\alpha-2\sin\alpha}$, если $\operatorname{ctg}\alpha=3$.

С-25. ФОРМУЛЫ СЛОЖЕНИЯ

Вариант А1

1. Вычислите:

а) $\cos 18^\circ\cos 12^\circ-\sin 18^\circ\sin 12^\circ$;

б) $\sin 15^\circ$

(указание: $15^\circ=45^\circ-30^\circ$).

Вариант А2

1. Вычислите:

а) $\sin 22^\circ\cos 23^\circ+\cos 22^\circ\sin 23^\circ$;

б) $\sin 75^\circ$

(указание: $75^\circ=45^\circ+30^\circ$).

2. Упростите выражения:

а) $\sin(\alpha+\beta)-\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\sin\beta$; а) $\cos(\alpha-\beta)-\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\sin\beta$;

б) $\frac{\cos 4\alpha\cos\alpha+\sin 4\alpha\sin\alpha}{\sin 3\alpha}$. б) $\frac{\sin 5\alpha\cos 2\alpha-\cos 5\alpha\sin 2\alpha}{\cos 3\alpha}$.

3. Докажите тождество:

$\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)=\cos\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)$. $\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)=\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)$.

Вариант Б1 Вариант Б2

1. Вычислите:

а) $\frac{\cos 70^\circ\cos 10^\circ+\sin 70^\circ\sin 10^\circ}{\sin 50^\circ\cos 10^\circ+\cos 50^\circ\sin 10^\circ}$; а) $\frac{\cos 25^\circ\cos 5^\circ-\sin 25^\circ\sin 5^\circ}{\sin 35^\circ\cos 5^\circ-\cos 35^\circ\sin 5^\circ}$;

б) $\cos 105^\circ$. б) $\sin 165^\circ$.

2. Докажите тождества:

а) $\frac{\cos(\alpha-\beta)}{\sin\alpha\cos\beta}=\operatorname{ctg}\alpha+\operatorname{tg}\beta$; а) $\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}=\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta$;

б) $\sin\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right)+\sin\left(\frac{\pi}{6}-\alpha\right)=\cos\alpha$. б) $\cos\left(\frac{\pi}{6}-\alpha\right)-\cos\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right)=\sin\alpha$.

3. Известно, что $\operatorname{tg}\alpha=2$, $\operatorname{tg}\beta=1$.

Найдите $\operatorname{tg}(\alpha+\beta)$. Найдите $\operatorname{tg}(\alpha-\beta)$.

Вариант В1 Вариант В2

1. Вычислите:

а) $\frac{\sin\frac{3\pi}{4}\cos\frac{\pi}{12}+\cos\frac{3\pi}{4}\sin\frac{\pi}{12}}{\sin 15^\circ}$; а) $\frac{\sin\frac{\pi}{10}\cos\frac{3\pi}{20}+\cos\frac{\pi}{10}\sin\frac{3\pi}{20}}{\cos 15^\circ}$;

б) $\cos\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right)$, если б) $\cos\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)$, если

$\operatorname{tg}\alpha=-\frac{1}{\sqrt{3}}$, $90^\circ<\alpha<180^\circ$. $\operatorname{ctg}\alpha=-\frac{1}{\sqrt{3}}$, $90^\circ<\alpha<180^\circ$.

2. Докажите тождества:

а) $\cos\left(\frac{\pi}{12}+\alpha\right)\cos\left(\frac{5\pi}{12}-\alpha\right)-$
$-\sin\left(\frac{\pi}{12}+\alpha\right)\sin\left(\frac{5\pi}{12}-\alpha\right)=0;$

б) $\sin(\alpha-\beta)\sin(\alpha+\beta)=\sin^2\alpha-\sin^2\beta.$

а) $\sin\left(\frac{5\pi}{6}+\alpha\right)\cos\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)-$
$-\cos\left(\frac{5\pi}{6}+\alpha\right)\sin\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)=1;$

б) $\sin(\alpha-\beta)\sin(\alpha+\beta)=\cos^2\beta-\cos^2\alpha.$

3. Известно, что

$\operatorname{ctg}\alpha=\frac{1}{3}$, $\operatorname{tg}(\alpha+\beta)=1$.
Найдите $\operatorname{ctg}\beta$.

$\operatorname{ctg}\beta=-\frac{1}{2}$, $\operatorname{tg}(\alpha-\beta)=-1$.
Найдите $\operatorname{ctg}\alpha$.

С-26. ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА

Вариант А1

Вариант А2

1. Вычислите:

$\cos^2\frac{\pi}{12}-\sin^2\frac{\pi}{12}$.

$2\sin\frac{\pi}{8}\cos\frac{\pi}{8}$.

2. Упростите выражения:

а) $\frac{\sin 80^\circ}{2\cos 40^\circ}-2\sin 20^\circ\cos 20^\circ$;

б) $\left(\cos\frac{\alpha}{8}-\sin\frac{\alpha}{8}\right)\left(\cos\frac{\alpha}{8}+\sin\frac{\alpha}{8}\right)2\sin\frac{\alpha}{4}$.

а) $\frac{\cos 100^\circ}{\cos 50^\circ+\sin 50^\circ}-\left(\cos^2 25^\circ-\sin^2 25^\circ\right)$;

б) $(\cos 2\alpha+\sin 2\alpha)^2-\frac{\sin 8\alpha}{2\cos 4\alpha}$.

3. Известно, что

$\sin\alpha=0{,}6$ и α — угол первой четверти. Найдите $\cos 2\alpha$.

$\cos\alpha=0{,}8$ и α — угол первой четверти. Найдите $\cos 2\alpha$.

4. Докажите тождество:

$\frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}\left(2\cos^2\alpha-1\right)=\sin 2\alpha.$

$\frac{\sin 2\alpha}{1-2\sin^2\alpha}=\frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}.$

Вариант Б1

Вариант Б2

1. Вычислите:

$\sin 75^\circ\cos 75^\circ$.

$4\cos^2 210^\circ-4\sin^2 210^\circ$.

2. Упростите выражения:

а) $\frac{\sin^2 10^\circ+\cos 20^\circ}{0{,}5\operatorname{ctg} 10^\circ}$;

а) $\frac{\sin 40^\circ}{2\operatorname{tg} 20^\circ}-\sin^2 20^\circ$;

б) $2\sin^2\frac{\alpha}{4}+\cos\frac{\alpha}{2}$.

б) $2\cos^2 2\alpha-\cos 4\alpha$.

3. Известно, что

$\sin\alpha=\frac{5}{13},\ \frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$.
Найдите $\operatorname{tg} 2\alpha$.

$\cos\alpha=\frac{12}{13},\ \frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$.
Найдите $\operatorname{tg} 2\alpha$.

4. Докажите тождество:

$\operatorname{tg} 2\alpha\frac{1-\operatorname{tg}^2\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}=\sin 2\alpha$.

$\operatorname{ctg} 2\alpha\frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}=\cos 2\alpha$.

Вариант В1

1. Вычислите:

$1-8\sin^2\frac{\pi}{16}\cos^2\frac{\pi}{16}$.

2. Упростите выражения:

а) $\sin\alpha\cos^3\alpha-\sin^3\alpha\cos\alpha$;

б) $\frac{1+\cos 8\alpha}{\sin^2 2\alpha-\cos^2 2\alpha}$.

3. Известно, что

$\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}=4$. Найдите $\operatorname{tg}(\pi-\alpha)$.

4. Докажите тождество:

$\frac{1+\cos 2\alpha}{1-\cos 2\alpha}=\operatorname{ctg}^2\alpha$.

Вариант В2

1. Вычислите:

$2\sin\frac{\pi}{12}\left(\cos^4\frac{\pi}{24}-\sin^4\frac{\pi}{24}\right)$.

2. Упростите выражения:

а) $(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)^2-4\sin^2\alpha\cos^2\alpha$;

б) $\frac{1-\cos\alpha}{\sin\frac{\alpha}{4}\cos\frac{\alpha}{4}}$.

3. Известно, что

$\operatorname{ctg} 2\alpha=\frac{1}{3}$. Найдите $\operatorname{tg}(2\pi-4\alpha)$.

4. Докажите тождество:

$\frac{1-\cos 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}=\operatorname{tg}^2\alpha$.

С-27. ФОРМУЛЫ СУММЫ И РАЗНОСТИ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Вариант А1

1. Представьте в виде произведения:

а) $\cos 2\alpha+\cos 8\alpha$;

б) $\sin 82^\circ-\sin 22^\circ$.

Вариант А2

1. Представьте в виде произведения:

а) $\sin 5\alpha+\sin 3\alpha$;

б) $\cos 74^\circ-\cos 14^\circ$.

2. Разложите на множители:

$\sin\alpha + \sin 2\alpha + \sin 3\alpha.$

$\cos\alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha.$

3. Докажите тождество:

$$\frac{\cos\alpha - \cos 3\alpha}{\sin\alpha + \sin 3\alpha} = \operatorname{tg}\alpha\,.$$

$$\frac{\sin\alpha - \sin 3\alpha}{\cos 3\alpha - \cos\alpha} = \operatorname{ctg} 2\alpha\,.$$

Вариант Б1

Вариант Б2

1. Представьте в виде произведения:

Б1:

а) $\cos^2\alpha - \sin^2\alpha + \cos 6\alpha;$

б) $\sin\frac{\pi}{4} - \sin\frac{\pi}{12}.$

Б2:

а) $2\sin\alpha\cos\alpha + \sin 4\alpha;$

б) $\cos\frac{5\pi}{12} - \cos\frac{3\pi}{12}.$

2. Разложите на множители:

$\frac{1}{2} - \cos 2\alpha\,.$

$\frac{\sqrt{2}}{2} - \sin 4\alpha\,.$

3. Докажите тождество:

$$\frac{\sin\alpha + \sin 2\alpha + \sin 3\alpha}{\cos\alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha\,.$$

$$\frac{\sin 3\alpha + \cos 2\alpha - \sin\alpha}{\cos\alpha + \sin 2\alpha - \cos 3\alpha} = \operatorname{ctg} 2\alpha\,.$$

Вариант В1

Вариант В2

1. Вычислите:

В1:

а) $\dfrac{\cos 59° - \cos 1°}{\sin 59° - \sin 1°};$

б) $\sin\frac{\pi}{18} + \sin\frac{5\pi}{18} - \cos\frac{\pi}{9}.$

В2:

а) $\dfrac{\cos 89° + \cos 1°}{\sin 89° + \sin 1°};$

б) $\cos\frac{17\pi}{36} + \cos\frac{7\pi}{36} - \cos\frac{5\pi}{36}.$

2. Упростите выражение:

$$\frac{\sin\alpha - \sin 3\alpha + \sin 5\alpha - \sin 7\alpha}{\cos\alpha + \cos 3\alpha + \cos 5\alpha + \cos 7\alpha}.$$

$$\frac{\cos\alpha - \cos 3\alpha + \cos 5\alpha - \cos 7\alpha}{\sin\alpha + \sin 3\alpha + \sin 5\alpha + \sin 7\alpha}.$$

3. Докажите формулу:

$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left(\cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta)\right).$$

$$\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left(\sin(\alpha-\beta) + \sin(\alpha+\beta)\right).$$

К-8. ФОРМУЛЫ СЛОЖЕНИЯ И ИХ СЛЕДСТВИЯ

Вариант А1

1. Найдите значения выражений:

а) $2\sin 15°\cos 15°$;

б) $\sin\frac{7\pi}{24}\cos\frac{\pi}{8}-\cos\frac{7\pi}{24}\sin\frac{\pi}{8}$.

2. Упростите выражения:

а) $2\operatorname{tg}\alpha(1-\sin^2\alpha)$;

б) $\dfrac{\cos 5\alpha+\cos\alpha}{\cos 2\alpha\cos\alpha-\sin 2\alpha\sin\alpha}$.

3. Известно, что α и β —

углы четвертой четверти,

$\sin\alpha=-\frac{5}{13}$, $\cos\beta=\frac{3}{5}$.

Найдите $\sin(\alpha+\beta)$.

4. Докажите тождества:

а) $\dfrac{\cos 3\alpha}{\cos\alpha}-\dfrac{\sin 3\alpha}{\sin\alpha}=-2$;

б) $\dfrac{1-\cos 4\alpha}{\sin 4\alpha}=\operatorname{tg}2\alpha$.

5. Объясните, существует ли угол x, при котором

$\sin^2 x-\cos^2 x=-1{,}2$.

Вариант А2

1. Найдите значения выражений:

а) $\cos^2\frac{\pi}{8}-\sin^2\frac{\pi}{8}$;

б) $\cos 76°\cos 16°+\sin 76°\sin 16°$.

2. Упростите выражения:

а) $2\operatorname{ctg}\alpha(1-\cos^2\alpha)$;

б) $\dfrac{\sin 5\alpha-\sin\alpha}{\sin 5\alpha\cos 3\alpha-\cos 5\alpha\sin 3\alpha}$.

3. Известно, что α и β —

углы второй четверти,

$\cos\alpha=-\frac{12}{13}$, $\sin\beta=\frac{4}{5}$.

Найдите $\cos(\alpha+\beta)$.

4. Докажите тождества:

а) $\dfrac{\cos 3\alpha}{\sin\alpha}+\dfrac{\sin 3\alpha}{\cos\alpha}=2\operatorname{ctg}2\alpha$;

б) $\dfrac{\sin 4\alpha}{1+\cos 4\alpha}=\operatorname{tg}2\alpha$.

5. Объясните, существует ли угол x, при котором

$\sin x\cos x=\frac{5}{9}$.

Вариант Б1

1. Найдите значения выражений:

а) $\sin^2 105°-\cos^2 105°$;

б) $\dfrac{\sin\frac{5\pi}{12}-\sin\frac{\pi}{12}}{\cos\frac{\pi}{6}\cos\frac{\pi}{12}-\sin\frac{\pi}{6}\sin\frac{\pi}{12}}$.

Вариант Б2

1. Найдите значения выражений:

а) $8\sin 165°\cos 165°$;

б) $\dfrac{\cos\frac{5\pi}{12}+\cos\frac{\pi}{12}}{\cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{12}+\sin\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{12}}$.

2. Упростите выражения:

а) $(1-\cos 2\alpha)\operatorname{ctg}\alpha$;

б) $\dfrac{\cos 6\alpha}{\cos 2\alpha}-\dfrac{\sin 6\alpha}{\sin 2\alpha}+2$.

а) $(1+\cos 2\alpha)\operatorname{tg}\alpha$;

б) $\dfrac{\sin 9\alpha}{\sin 3\alpha}-\dfrac{\cos 9\alpha}{\cos 3\alpha}-2$.

3. Известно, что

$\sin\alpha=-\dfrac{12}{13}$, $\pi<\alpha<\dfrac{3\pi}{2}$.

Найдите $\operatorname{tg}\left(\alpha-\dfrac{\pi}{4}\right)$.

$\cos\alpha=-\dfrac{5}{13}$, $\pi<\alpha<\dfrac{3\pi}{2}$.

Найдите $\operatorname{tg}\left(\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)$.

4. Докажите тождества:

а) $\dfrac{\sin 3\alpha+\sin\alpha}{\cos 3\alpha+\cos\alpha}=\dfrac{\sin 4\alpha}{1+\cos 4\alpha}$;

б) $\dfrac{\sin(\alpha-\beta)+2\cos\alpha\sin\beta}{2\cos\alpha\cos\beta-\cos(\alpha-\beta)}=\operatorname{tg}(\alpha+\beta)$.

а) $\dfrac{\sin 3\alpha-\sin\alpha}{\cos 3\alpha-\cos\alpha}=\dfrac{\sin 4\alpha}{\cos 4\alpha-1}$;

б) $\dfrac{\sin(\alpha+\beta)-2\cos\alpha\sin\beta}{2\cos\alpha\cos\beta-\cos(\alpha+\beta)}=\operatorname{tg}(\alpha-\beta)$.

5. Вычислите:

$\sin 20^\circ(8\cos 20^\circ\cos 40^\circ\cos 80^\circ-1)$.

$4\sin 25^\circ\cos 25^\circ\cos 50^\circ-\sin 80^\circ$.

Вариант В1

Вариант В2

1. Найдите значения выражений:

В1:

а) $\operatorname{tg}\dfrac{7\pi}{8}-\operatorname{ctg}\dfrac{7\pi}{8}$;

б) $\dfrac{2\sin^2 49^\circ-1}{\cos 53^\circ-\cos 37^\circ}$.

В2:

а) $\operatorname{ctg}\dfrac{3\pi}{8}-\operatorname{tg}\dfrac{3\pi}{8}$;

б) $\dfrac{\sin 12^\circ-\sin 48^\circ}{1-2\cos^2 54^\circ}$.

2. Упростите выражения:

В1:

а) $\dfrac{(1-\sin^2\alpha)(\sin 4\alpha-\sin 2\alpha)}{\cos\alpha+2\cos 3\alpha+\cos 5\alpha}$;

б) $\left(\dfrac{\sin\alpha}{\cos 2\alpha}+\dfrac{\cos\alpha}{\sin 2\alpha}\right)\dfrac{\sin 7\alpha+\sin\alpha}{\cos\alpha}$.

В2:

а) $\dfrac{(1-\cos^2\alpha)(\cos 4\alpha-\cos 2\alpha)}{\sin\alpha-2\sin 3\alpha+\sin 5\alpha}$;

б) $\left(\dfrac{\sin\alpha}{\sin 2\alpha}-\dfrac{\cos\alpha}{\cos 2\alpha}\right)\dfrac{\cos\alpha-\cos 7\alpha}{\sin\alpha}$.

3. Известно, что

В1: $\cos\alpha=\dfrac{1}{9}$, $\pi<\alpha<2\pi$.

Найдите $\sin\dfrac{\alpha}{2}$.

В2: $\cos\alpha=\dfrac{1}{8}$, $\dfrac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$.

Найдите $\cos\dfrac{\alpha}{2}$.

4. Докажите тождества:

а) $\cos^2(\alpha-\beta)-\sin^2(\alpha+\beta)=\cos 2\alpha\cos 2\beta$;
б) $\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$.

а) $\sin^2(\alpha+\beta)-\sin^2(\alpha-\beta)=\sin 2\alpha\sin 2\beta$;
б) $\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$.

5. Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения:

$\sqrt{3}\sin\alpha + \cos\alpha$.

$\sin\alpha - \sqrt{3}\cos\alpha$.

С-28*. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ (ДОМАШНЯЯ САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА)

Вариант 1

1. Вычислите:

а) $\cos 20°\cos 40°\cos 80°$;
б) $\cos 36° - \sin 18°$;
в) $\mathrm{tg}\,1°\cdot\mathrm{tg}\,3°\cdot\mathrm{tg}\,5°\cdot\ldots\cdot\mathrm{tg}\,89°$.

2. Решите задачу:

Известно, что $\sin\alpha - \cos\alpha = a$. Найдите $\sin^3\alpha - \cos^3\alpha$.

3. Найдите $\mathrm{tg}\,x$, если

$\cos^2 x - 3\cos x\sin x + 1 = 0$.

4. Докажите тождество:

$$\frac{\sin^4\alpha+\cos^4\alpha-1}{\sin^6\alpha+\cos^6\alpha-1}=\frac{2}{3}.$$

5. Определите, какие целые значения может принимать выражение:

$2\sin x - 3\cos x$.

Вариант 2

1. Вычислите:

а) $\sin 10°\sin 30°\sin 50°\sin 70°$;
б) $\sin 54° - \sin 18°$;
в) $\mathrm{ctg}\,2°\cdot\mathrm{ctg}\,4°\cdot\mathrm{ctg}\,6°\cdot\ldots\cdot\mathrm{ctg}\,88°$.

2. Решите задачу:

Известно, что $\sin\alpha + \cos\alpha = a$. Найдите $\sin 2\alpha$.

3. Найдите $\mathrm{tg}\,x$, если

$\sin^2 x + 3\sin x\cos x + 1 = 0$.

4. Докажите тождество:

$$\frac{1-\sin^6\alpha-\cos^6\alpha}{1-\sin^4\alpha-\cos^4\alpha}=\frac{3}{2}.$$

5. Определите, какие целые значения может принимать выражение:

$\sin x + 2\cos x$.

6. Пусть α, β и γ — углы треугольника. Докажите, что:

а) $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta\sin\gamma} = \operatorname{ctg}\beta + \operatorname{ctg}\gamma$;

б) $\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma = 4\cos\dfrac{\alpha}{2}\cos\dfrac{\beta}{2}\cos\dfrac{\gamma}{2}$.

а) $\dfrac{\sin\gamma}{\cos\alpha\cos\beta} = \operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta$;

б) $\sin 2\alpha + \sin 2\beta + \sin 2\gamma = 4\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma$.

7. Разложите на множители:

а) $1 + \cos\alpha + \sin\alpha$;

б) $1 - 4\sin^2\alpha$.

а) $1 - \cos\alpha + \sin\alpha$;

б) $3 - 4\cos^2\alpha$.

8. Найдите острые углы α и β прямоугольного треугольника, если

$\sin 2\alpha - \sin(3\alpha - \beta) = 1$.

$\cos\alpha + \sin(\alpha - \beta) = 1$.

К-9. ГОДОВАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Вариант А1

1. Решите уравнение:

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$.

2. Решите неравенство:

$3x^2 + 2x - 1 \geqslant 0$.

3. Решите систему:

$$\begin{cases} x - y = 2, \\ x^2 - xy + y^2 = 7. \end{cases}$$

4. Постройте график функции

$y = 4x - x^2 - 3$.

Найдите промежутки возрастания функции.

Вариант А2

1. Решите уравнение:

$x^4 - 65x^2 + 64 = 0$.

2. Решите неравенство:

$3x^2 - 5x - 2 \leqslant 0$.

3. Решите систему:

$$\begin{cases} x + y = 3, \\ x^2 - xy - y^2 = 1. \end{cases}$$

4. Постройте график функции

$y = 6x - 8 - x^2$.

Найдите промежутки возрастания функции.

5. Решите задачу:

Сумма трех чисел, составляющих арифметическую прогрессию, равна 12, а произведение первого и второго равно 8. Найдите эти три числа.

Сумма трех чисел, составляющих арифметическую прогрессию, равна произведению первого и второго чисел и равна 15. Найдите эти три числа.

6. Докажите тождество:

$$\frac{\sin 3\alpha + \sin \alpha}{\cos 3\alpha + \cos \alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha .$$

$$\frac{\sin 6\alpha - \sin 4\alpha}{\cos 6\alpha + \cos 4\alpha} = \operatorname{tg} \alpha .$$

Вариант Б1 / Вариант Б2

1. Решите уравнение:

$(x^2 - 5x)^2 - 2(x^2 - 5x) - 24 = 0.$

$(x^2 - 3x)^2 - 2(x^2 - 3x) - 8 = 0.$

2. Решите неравенство:

$x^3 + 2x^2$ m $3x.$

$x^3 - x^2$ ı $2x.$

3. Решите систему:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 26, \\ xy - 5 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 13 = 0, \\ xy - 6 = 0. \end{cases}$$

4. Постройте график функции

$y = 4x - 2x^2 + 6.$

$y = 0{,}5x^2 - 3x + 2{,}5.$

Найдите промежутки убывания функции.

5. Решите задачу:

Разность между первым и вторым членами убывающей геометрической прогрессии равна 8, а сумма второго и третьего ее членов равна 12. Найдите первый член и знаменатель прогрессии.

Разность между вторым и первым членами возрастающей геометрической прогрессии равна 6, а разность между четвертым и первым ее членами равна 42. Найдите первый член и знаменатель прогрессии.

6. Докажите тождество:

$$\frac{(\sin\alpha+\sin3\alpha)(\cos\alpha-\cos3\alpha)}{1-\cos4\alpha}=\sin2\alpha.$$

$$\frac{(\sin3\alpha-\sin\alpha)(\cos3\alpha+\cos\alpha)}{1+\cos4\alpha}=\sin2\alpha.$$

Вариант В1 / Вариант В2

1. Решите уравнение:

$(x-1)^4-5(x^2-1)^2+4(x+1)^4=0.$ $(x-2)^4-5(x^2-4)^2+4(x+2)^4=0.$

2. Решите неравенство:

$x^3+x^2-x-1\ge0.$ $x^3-2x^2-4x+8\le0.$

3. Решите систему:

$$\begin{cases}xy+x+y=11,\\x^2y+xy^2=30.\end{cases}\qquad\begin{cases}xy+x-y=1,\\x^2y-xy^2=-6.\end{cases}$$

4. Постройте график функции

$y=|x^2-2x|.$ $y=x^2-2|x|.$

Найдите промежутки монотонности функции.

5. Решите задачу:

Три положительных числа, сумма которых равна 21, составляют арифметическую прогрессию. Если к ним соответственно прибавить 2, 3, 9, то полученные числа составят геометрическую прогрессию. Найдите эти числа.

Три положительных числа, сумма которых равна 12, составляют арифметическую прогрессию. Если к ним соответственно прибавить 1, 2, 6, то полученные числа составят геометрическую прогрессию. Найдите эти числа.

6. Докажите тождество:

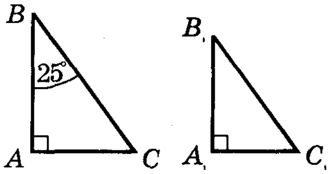
$$\frac{2\cos^2\alpha-1}{2\sin\alpha\cos\alpha}+\frac{\sin3\alpha-\sin\alpha}{\cos3\alpha+\cos\alpha}=\frac{1}{\sin2\alpha}.$$

$$\frac{1-2\sin^2\alpha}{2\sin\alpha\cos\alpha}-\frac{\cos3\alpha-\cos\alpha}{\sin3\alpha+\sin\alpha}=\frac{1}{\sin2\alpha}.$$

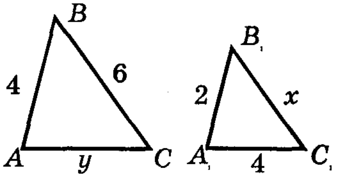
ГЕОМЕТРИЯ (по Погорелову)

С-1. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПОДОБИЯ И ЕГО СВОЙСТВА

Вариант А1

1. 

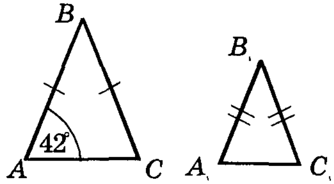
Дано: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$; $\angle B = 25°$.
Найти: $\angle C_1$.

2. 

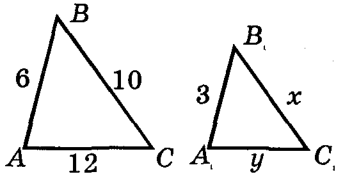
Дано: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$.
Найти: x, y.

3. Докажите, что треугольник, подобный равнобедренному треугольнику, также является равнобедренным.

Вариант А2

1. 

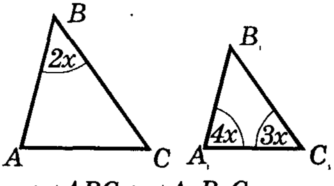
Дано: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$; $\angle A = 42°$.
Найти: $\angle B_1$.

2. 

Дано: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$.
Найти: x, y.

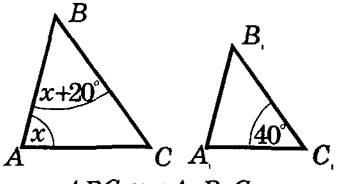
3. Докажите, что треугольник, подобный равностороннему треугольнику, также является равносторонним.

Вариант Б1

1. 

Дано: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$.
Найти: углы $\triangle ABC$.

Вариант Б2

1. 

Дано: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$.
Найти: углы $\triangle ABC$.

2.

Стороны треугольника относятся как 2:4:5. Найдите стороны подобного ему треугольника, в котором сумма наибольшей и наименьшей сторон равна 28 см.

3.

Прямоугольный треугольник с катетами a и b и гипотенузой c подобен прямоугольному треугольнику с катетами a_1 и b_1 и гипотенузой c_1. Докажите, что $aa_1 + bb_1 = cc_1$.

2.

Стороны треугольника относятся как 3:5:6. Найдите стороны подобного ему треугольника, в котором разность наибольшей и наименьшей сторон равна 9 см.

3.

Прямоугольный треугольник с катетами a и b и гипотенузой c подобен прямоугольному треугольнику с катетами a_1 и b_1 и гипотенузой c_1. Докажите, что

$$\frac{a^3}{a_1} + \frac{b^3}{b_1} = \frac{c^3}{c_1}.$$

Вариант В1

1.

Выпуклые четырехугольники $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ подобны. Найдите углы четырехугольника $ABCD$, если $\angle A_1 = 100°$, $\angle B:\angle C:\angle D = 8:7:11$.

2.

Диагонали ромба равны 3 см и 4 см. Найдите диагонали подобного ему ромба, сторона которого равна 20 см.

3.

Треугольники с соответствующими сторонами a, b, c и b, c, d подобны. Докажите, что коэффициент подобия не может быть равен 2.

Вариант В2

1.

Выпуклые четырехугольники $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ подобны. Найдите углы четырехугольника $ABCD$, если $\angle C_1 = 80°$, $\angle A:\angle B:\angle D = 5:2:7$.

2.

Основание и боковая сторона равнобедренного треугольника соответственно равны 30 см и 25 см. Найдите стороны подобного ему треугольника, у которого высота, проведенная к основанию, равна 4 см.

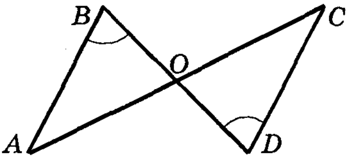
3.

Треугольники с соответствующими сторонами a, b, c и b, c, d подобны. Докажите, что коэффициент подобия не может быть равен 1/2.

С-2. ПРИЗНАКИ ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

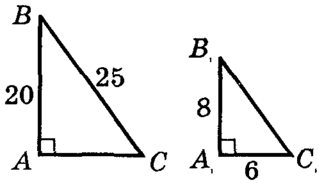
Вариант А1

1.



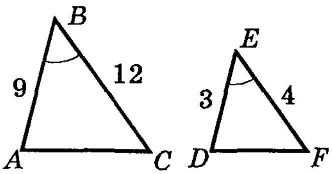
Дано: $\angle B = \angle D$.
Доказать: $\triangle AOB \sim \triangle COD$.

2.



Подобны ли треугольники, изображенные на рисунке? Почему?

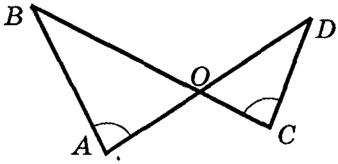
3.



Дано: $\angle B = \angle E$.
Доказать: $\angle A = \angle D$.

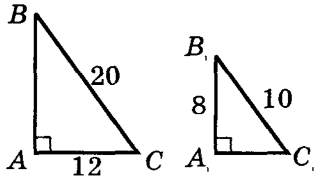
Вариант А2

1.



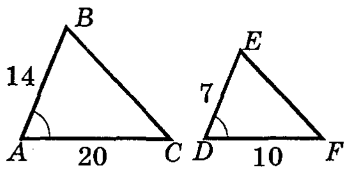
Дано: $\angle A = \angle C$.
Доказать: $\triangle AOB \sim \triangle COD$.

2.



Подобны ли треугольники, изображенные на рисунке? Почему?

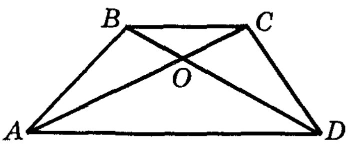
3.



Дано: $\angle A = \angle D$.
Доказать: $\angle C = \angle F$.

Вариант Б1

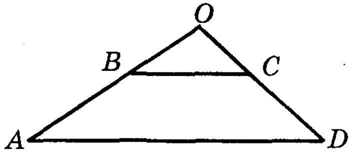
1.



Дано: $ABCD$ — трапеция.
Найдите на рисунке подобные треугольники и докажите их подобие.

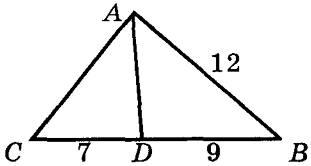
Вариант Б2

1.



Дано: $ABCD$ — трапеция.
Найдите на рисунке подобные треугольники и докажите их подобие.

2.

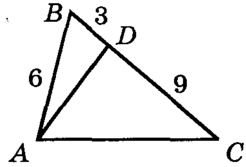


Доказать: $\triangle ABC \backsim \triangle DBA$.

3.

Стороны одного треугольника равны 21 см, 27 см и 12 см, а стороны другого треугольника относятся как 7:9:4. Докажите равенство соответствующих углов данных треугольников.

2.



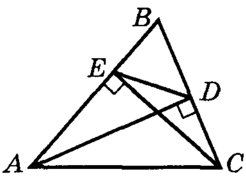
Доказать: $\triangle ABC \backsim \triangle DBA$.

3.

Стороны одного треугольника относятся как 4:6:7, а стороны другого треугольника равны 24 см, 36 см и 42 см. Докажите равенство соответствующих углов данных треугольников.

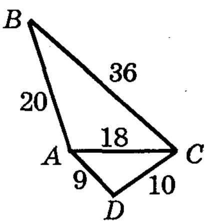
Вариант В1

1.



Дано: $AD \perp BC$; $CE \perp AB$.
Доказать: $\triangle ABC \backsim \triangle DBE$.

2.



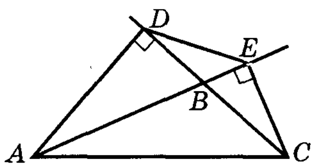
Найдите на рисунке равные углы и докажите их равенство.

3.

Докажите подобие двух прямоугольных трапеций, у которых острые углы равны, а диагонали являются биссектрисами этих углов.

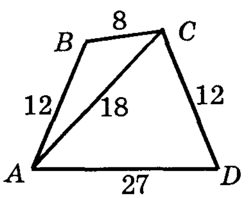
Вариант В2

1.



Дано: $AD \perp BC$; $CE \perp AB$.
Доказать: $\triangle ABC \backsim \triangle DBE$.

2.



Найдите на рисунке равные углы и докажите их равенство.

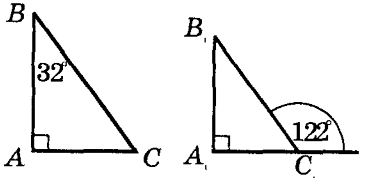
3.

Докажите подобие двух прямоугольных трапеций, у которых тупые углы равны, а диагонали являются биссектрисами этих углов.

С-3. ПОДОБИЕ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ. СВОЙСТВО БИССЕКТРИСЫ УГЛА ТРЕУГОЛЬНИКА

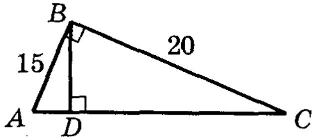
Вариант А1

1.



Докажите подобие прямоугольных треугольников, изображенных на рисунке.

2.



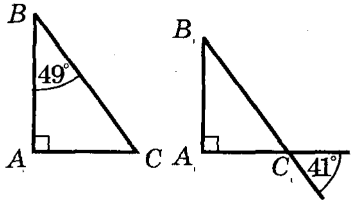
Дано: $\angle ABC = 90°$; $BD \perp AC$; $AB = 15$ см; $BC = 20$ см.
Найти: BD.

3.

В треугольнике со сторонами 25 см и 40 см проведена биссектриса угла между данными сторонами. Она делит третью сторону на отрезки, меньший из которых равен 15 см. Найдите периметр треугольника.

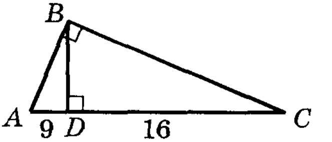
Вариант А2

1.



Докажите подобие прямоугольных треугольников, изображенных на рисунке.

2.



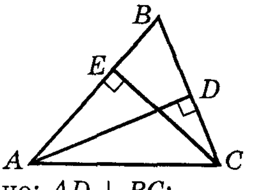
Дано: $\angle ABC = 90°$; $BD \perp AC$; $AD = 9$ см; $DC = 16$ см.
Найти: BD.

3.

В треугольнике ABC наибольшая сторона AB равна 40 см. Биссектриса BD делит сторону AC на отрезки длиной 15 см и 24 см. Найдите периметр треугольника ABC.

Вариант Б1

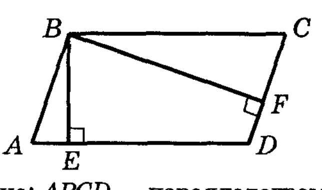
1.



Дано: $AD \perp BC$;
$CE \perp AB$.
Доказать: $\triangle ADB \sim \triangle CEB$.

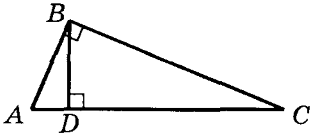
Вариант Б2

1.



Дано: $ABCD$ — параллелограмм;
$BE \perp AD$; $BF \perp CD$.
Доказать: $\triangle ABE \sim \triangle CBF$.

2.



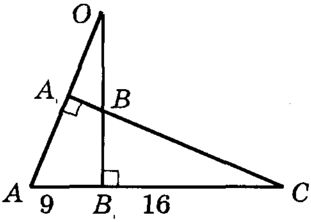
Дано: $\angle ABC = 90°$; $BD \perp AC$; $BD = 24$ см; $AD:DC = 9:16$.
Найти: $P_{\triangle ABC}$.

3.

Биссектриса прямого угла прямоугольного треугольника делит гипотенузу на отрезки длиной 15 см и 20 см. Найдите длины отрезков гипотенузы, на которые ее делит высота треугольника.

Вариант В1

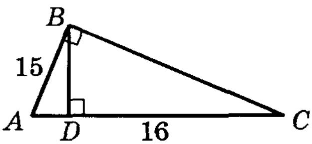
1.



Дано: $AA_1 \perp BC$; $BB_1 \perp AC$.

Найдите на рисунке все пары подобных прямоугольных треугольников и докажите их подобие.

2.

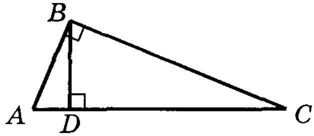


Дано: $\angle ABC = 90°$; $BD \perp AC$; $AB = 15$ см; $DC = 16$ см.
Найти: $P_{\triangle ABC}$.

3.

Катет прямоугольного треугольника равен 18 см. Точка принадлежащая данному катету, удалена от гипотенузы и от второго катета на 8 см. Найдите периметр треугольника.

2.



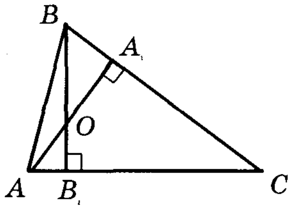
Дано: $\angle ABC = 90°$; $BD \perp AC$; $BD = 12$ см; $DC - AD = 7$ см.
Найти: $P_{\triangle ABC}$.

3.

Высота прямоугольного треугольника делит гипотенузу на отрезки 12,6 см и 22,4 см. Найдите длины отрезков гипотенузы, на которые ее делит биссектриса прямого угла.

Вариант В2

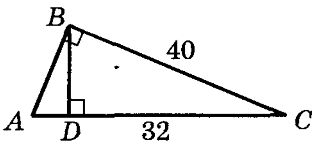
1.



Дано: $AA_1 \perp BC$; $BB_1 \perp AC$.

Найдите на рисунке все пары подобных прямоугольных треугольников и докажите их подобие.

2.



Дано: $\angle ABC = 90°$; $BD \perp AC$; $BC = 40$ см; $DC = 32$ см.
Найти: $P_{\triangle ABC}$.

3.

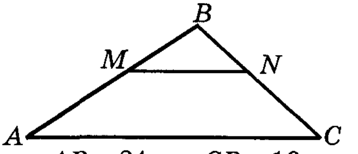
Катет прямоугольного треугольника равен 28 см. Точка, принадлежащая гипотенузе, удалена от каждого из катетов на 12 см. Найдите периметр треугольника.

К-1. ПОДОБИЕ ФИГУР

Вариант А1

1.
Стороны треугольника равны 6 см, 7 см и 8 см. Найдите стороны подобного ему треугольника, периметр которого равен 84 см.

2.



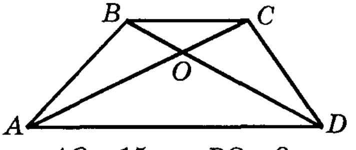
Дано: $AB = 24$ см; $CB = 16$ см; $MB = 15$ см; $NC = 6$ см; $MN = 20$ см.
Доказать: $\Delta MBN \sim \Delta ABC$.
Найти: AC.

3.
Найдите две стороны треугольника, если их сумма равна 91 см, а биссектриса угла между ними делит третью сторону в отношении 5:8.

Вариант А2

1.
Стороны треугольника относятся как 2:5:6. Найдите стороны подобного ему треугольника, периметр которого равен 39 см.

2.



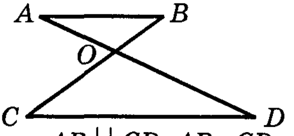
Дано: $AO = 15$ см; $BO = 8$ см; $AC = 27$ см; $DO = 10$ см; $BC = 16$ см.
Доказать: $\Delta AOD \sim \Delta COB$.
Найти: AD.

3.
Найдите две стороны треугольника, если их разность равна 28 см, а биссектриса угла между ними делит третью сторону на отрезки 43 см и 29 см.

Вариант Б1

1.
Два равнобедренных треугольника имеют равные углы при основаниях. Основание и боковая сторона первого треугольника относятся как 6:5. Найдите стороны второго треугольника, если его периметр равен 48 см.

2.

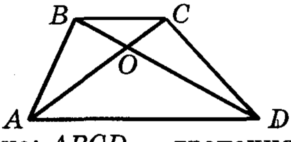


Дано: $AB \parallel CD$; $AB : CD = 3:5$; $CB = 64$ см.
Доказать: $AO \cdot CO = BO \cdot DO$.
Найти: BO и CO.

Вариант Б2

1.
Два равнобедренных треугольника имеют равные углы, противолежащие основаниям. Основание и боковая сторона первого треугольника равны 16 см и 10 см. Найдите стороны второго треугольника, если его периметр равен 18 см.

2.



Дано: $ABCD$ — трапеция; $AO : CO = 7:3$; $BD = 40$ см.
Доказать: $BO \cdot AO = CO \cdot DO$.
Найти: BO и DO.

3.

Биссектриса угла прямоугольника делит его сторону на отрезки 21 см и 7 см, считая от ближайшей к данному углу вершины. Найдите отрезки, на которые эта биссектриса делит диагональ прямоугольника.

3.

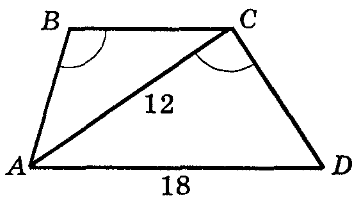
Биссектриса угла прямоугольника делит его диагональ на отрезки 15 см и 20 см, считая от ближайшей к данному углу вершины. Найдите отрезки, на которые эта биссектриса делит сторону прямоугольника.

Вариант В1

1.

Катеты прямоугольного треугольника равны 10 см и 24 см, а в другом прямоугольном треугольнике гипотенуза и катет относятся как 13:5. Отношение периметров данных треугольников равно $\frac{2}{3}$. Найдите стороны второго треугольника.

2.



Дано: $ABCD$ — трапеция;
$\angle ABC = \angle ACD$;
$AD = 18$ см; $AC = 12$ см.
Найти: BC.

3.

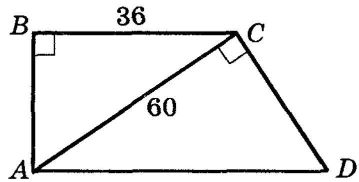
Диагональ ромба делит его высоту, проведенную из вершины тупого угла, на отрезки длиной 10 см и 6 см. Найдите периметр ромба.

Вариант В2

1.

Гипотенуза и катет прямоугольного треугольника равны 21 см и 75 см, а в другом прямоугольном треугольнике катеты относятся как 7:24. Отношение периметров данных треугольников равно $\frac{3}{2}$. Найдите стороны второго треугольника.

2.



Дано: $ABCD$ — прямоугольная трапеция; $\angle ACD = 90°$;
$BC = 36$ см; $AO = 60$ см.
Найти: AD.

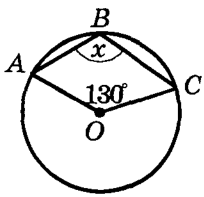
3.

Центр окружности, вписанной в равнобедренный треугольник, делит медиану, проведенную к основанию, на отрезки длиной 20 см и 12 см. Найдите периметр треугольника.

С-4. ТЕОРЕМА О ВПИСАННЫХ УГЛАХ И ЕЕ СЛЕДСТВИЯ

Вариант А1

1.



По данным рисунка найдите угол x (O — центр окружности).

2.

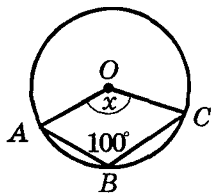
Расстояния от точки окружности до концов ее диаметра равны 18 см и 24 см. Найдите радиус окружности.

3.

При пересечении двух хорд одна из них делится на отрезки 20 см и 4 см, а вторая — на отрезки, один из которых меньше другого на 2 см. Найдите длину второй хорды.

Вариант А2

1.



По данным рисунка найдите угол x (O — центр окружности).

2.

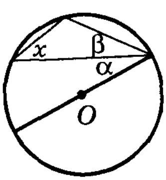
Радиус окружности равен 5 см. Найдите расстояния от концов диаметра до точки окружности, если они относятся как 3:4.

3.

Хорда длиной 24 см, пересекая другую хорду, делит ее на отрезки длиной 10 см и 8 см. Найдите длины отрезков первой хорды.

Вариант Б1

1.



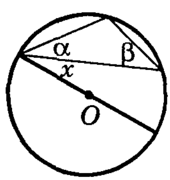
$\alpha = 21^\circ$

$\beta = 49^\circ$

По данным рисунка найдите угол x (O — центр окружности).

Вариант Б2

1.



$\alpha = 19^\circ$

$\beta = 47^\circ$

По данным рисунка найдите угол x (O — центр окружности).

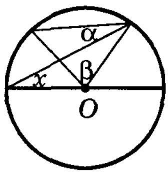
2.
Перпендикуляр, опущенный из точки окружности на диаметр, делит его на отрезки в отношении 9:16. Радиус окружности равен 25 см. Найдите длину перпендикуляра.

3.
При пересечении двух хорд одна из них делится на отрезки 3 см и 12 см, а вторая — пополам. Найдите длину второй хорды.

2.
Перпендикуляр, опущенный из точки окружности на диаметр, равен 24 см и делит диаметр на отрезки, разность которых равна 14 см. Найдите радиус окружности.

3.
При пересечении двух хорд одна из них отсекает треть второй. Найдите длину второй хорды, если первая хорда при пересечении делится на отрезки 8 см и 9 см.

Вариант В1

1.


$\alpha = 12^\circ$

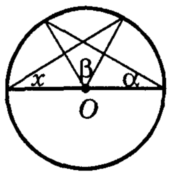
$\beta = 64^\circ$

По данным рисунка найдите угол x (O — центр окружности).

2.
Хорда длиной 48 см перпендикулярна диаметру и делит его на отрезки в отношении 9:16. Найдите радиус окружности.

3.
Радиус окружности равен 11 см. Через точку A, удаленную от центра окружности на 7 см, проведена хорда длиной 18 см. Найдите отрезки, на которые точка A делит данную хорду.

Вариант В2

1.


$\alpha = 18^\circ$

$\beta = 46^\circ$

По данным рисунка найдите угол x (O — центр окружности).

2.
Хорда длиной 24 см перпендикулярна диаметру и делит его на отрезки, один из которых равен 9 см. Найдите радиус окружности.

3.
Точка B делит хорду окружности на отрезки длиной 6 см и 12 см. Найдите диаметр окружности, если точка B удалена от центра окружности на 7 см.

С-5*. ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРЕМЫ О ВПИСАННЫХ УГЛАХ И ЕЕ СЛЕДСТВИЙ В ЗАДАЧАХ (ДОМАШНЯЯ САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА)

Вариант 1

1.

Два угла треугольника равны 60° и 20°.

а) Определите, в каком отношении вершины треугольника делят описанную окружность.

б) Найдите углы треугольника, вершинами которого являются точки касания вписанной окружности со сторонами данного треугольника.

2.

Стороны *AB*, *BC* и *CD* вписанного четырехугольника *ABCD* стягивают дуги, градусные меры которых относятся как 4:7:5. Найдите углы четырехугольника, если сторона *AD* стягивает дугу в 40°.

3.

Биссектриса угла *B* треугольника *ABC* пересекает описанную окружность в точке *D*. Докажите, что треугольник *ADC* — равнобедренный.

4.

Постройте прямоугольный треугольник по медиане и высоте, проведенным к гипотенузе.

Вариант 2

1.

Углы треугольника относятся как 5:6:7.

а) Определите, под каким углом видны стороны треугольника из центра описанной окружности.

б) Найдите углы треугольника, вершинами которого являются точки касания вписанной окружности со сторонами данного треугольника.

2.

Стороны *AB*, *BC* и *CD* вписанного четырехугольника *ABCD* стягивают дуги, градусные меры которых относятся как 5:7:13. Найдите углы четырехугольника, если сторона *AD* стягивает дугу в 110°.

3.

В четырехугольнике *ABCD*, вписанном в окружность, диагональ *BD* делит угол *D* пополам. Докажите, что $AB = BC$.

4.

Постройте прямоугольный треугольник по высоте и биссектрисе, проведенным к гипотенузе.

5.

Разность между медианой и высотой, проведенным к гипотенузе прямоугольного треугольника, равна 1 см. Основание данной высоты отстоит от центра окружности, описанной около треугольника, на 7 см. Найдите периметр треугольника.

5.

Медиана прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе, на 18 см больше своей проекции на гипотенузу. Вершина прямого угла отстоит от гипотенузы на 24 см. Найдите периметр треугольника.

6.

Хорда AB делит дугу окружности в отношении 5:13. Через точку A проведена касательная к окружности. Найдите углы; которые она образует с данной хордой.

6.

Отрезок AB —диаметр окружности. На луче AB вне данной окружности выбрана точка M, через которую проведена касательная MC (C — точка касания). Найдите $\angle BAC$, если $\angle ACM = 140°$.

7.

Из точки вне окружности проведена секущая, пересекающая окружность в точках, удаленных от данной на 12 см и 20 см. Расстояния от данной точки до центра окружности равно 17 см. Найдите радиус окружности.

7.

Из точки вне окружности проведена секущая, образующая в окружности хорду AB длиной 8 см. Кратчайшее расстояние от данной точки до окружности равно 10 см, а до центра окружности — 17 см. Найдите расстояния от концов хорды AB до данной точки.

8.

Из точки вне окружности проведена касательная длиной 20 см. Найдите радиус окружности, если расстояние от точки до окружности равно 10 см.

8.

Из точки вне окружности проведена касательная длиной 20 см. Найдите расстояние от данной точки до окружности, если радиус окружности равен 15 см.

С-6. ТЕОРЕМА КОСИНУСОВ. СООТНОШЕНИЕ ДИАГОНАЛЕЙ И СТОРОН ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

Вариант А1

1.
Две стороны треугольника равны 3 см и 8 см, а угол между ними равен 60°. Найдите периметр треугольника.

2.
Стороны треугольника равны 3 см, 5 см и 7 см. Найдите угол треугольника, противолежащий стороне, равной 7 см.

3.
Стороны параллелограмма равны 7 см и 9 см, а диагонали относятся как 4:7. Найдите диагонали параллелограмма.

Вариант А2

1.
Две стороны треугольника равны 3 см и 5 см, а угол между ними равен 120°. Найдите периметр треугольника.

2.
Стороны треугольника равны 3 см, 7 см и 8 см. Найдите угол треугольника, противолежащий стороне, равной 7 см.

3.
Диагонали параллелограмма равны 7 см и 11 см, а стороны относятся как 6:7. Найдите стороны параллелограмма.

Вариант Б1

1.
На сторонах угла, равного 45°, отмечены две точки, удаленные от вершины угла на 17 см и $12\sqrt{2}$ см. Найдите расстояние между этими точками.

2.

Две стороны треугольника равны 3 см и 7 см, а угол, противолежащий большей из них, равен 60°.

а) Найдите третью сторону треугольника.

б) Докажите, что угол, противолежащий третьей стороне, — тупой.

Вариант Б2

1.
На сторонах угла, равного 30°, отмечены две точки, удаленные от вершины угла на $2\sqrt{3}$ см и 4 см. Найдите расстояние между этими точками.

2.

Две стороны треугольника равны 5 см и 7 см, а угол, противолежащий большей из них, равен 60°.

а) Найдите третью сторону треугольника.

б) Докажите, что угол, противолежащий третьей стороне, — острый.

3.

Диагонали параллелограмма равны 19 см и 23 см, а его периметр равен 58 см. Найдите стороны параллелограмма.

3.

Сумма диагоналей параллелограмма равна 22 см, а его стороны равны 7 см и 9 см. Найдите диагонали параллелограмма.

Вариант В1

1.

Две стороны треугольника равны 7 см и 8 см, а синус угла между ними равен $\frac{4\sqrt{3}}{7}$. Найдите третью сторону треугольника. Сколько решений имеет задача?

2.

Треугольник со сторонами 6 см, 10 см и 14 см вписан в окружность. Найдите центральный угол, соответствующий вписанному углу, образованному двумя меньшими сторонами треугольника.

3.

Две стороны треугольника равны 7 см и 9 см. Медиана, проведенная к третьей стороне, на 1 см меньше этой стороны. Найдите периметр треугольника.

Вариант В2

1.

Две стороны треугольника равны 4 см и 8 см, а синус угла между ними равен $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Найдите третью сторону треугольника. Сколько решений имеет задача?

2.

Треугольник со сторонами 6 см, 14 см и 16 см вписан в окружность. Найдите центральный угол, соответствующий вписанному углу, образованному наибольшей и наименьшей сторонами треугольника.

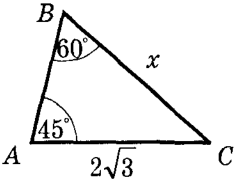
3.

Разность двух сторон треугольника равна 2 см, а медиана, проведенная к третьей стороне, — 4 см. Найдите периметр треугольника, если третья сторона равна 14 см.

С-7. ТЕОРЕМА СИНУСОВ И ЕЕ СЛЕДСТВИЯ

Вариант А1

1.



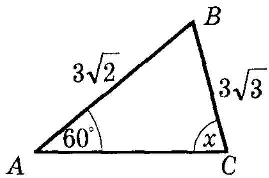
По данным рисунка найдите x.

2.
В треугольнике ABC $\angle B = 35°$, $\angle C = 25°$. Укажите наибольшую сторону треугольника. Ответ объясните.

3.
Один из углов треугольника равен 30°, а диаметр окружности, описанной около треугольника, равен 14 см. Найдите сторону, противолежащую данному углу.

Вариант А2

1.



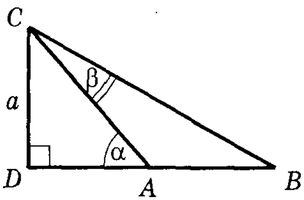
По данным рисунка найдите x.

2.
В треугольнике ABC $\angle A = 110°$, $\angle B = 55°$. Укажите наименьшую сторону треугольника. Ответ объясните.

3.
В треугольнике ABC $\angle B = 45°$, $AC = 4\sqrt{2}$ см. Найдите диаметр окружности, описанной около треугольника.

Вариант Б1

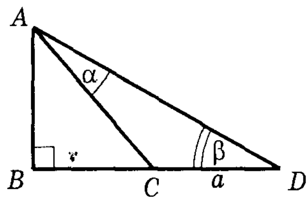
1.



По данным рисунка выразите AB.

Вариант Б2

1.



По данным рисунка выразите AB.

2.

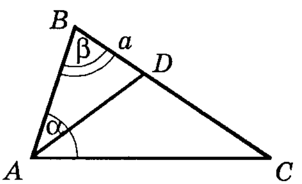
Дан равнобедренный треугольник ABC с основанием AC. Известно, что AC — наименьшая сторона треугольника. В каких пределах может изменяться величина угла A?

3.

Радиус окружности, описанной около треугольника, равен одной из его сторон. Найдите угол треугольника, противолежащий данной стороне. Сколько решений имеет задача?

Вариант В1

1.



Дано: AD — биссектриса треугольника ABC;
$BD = a$; $\angle B = \beta$; $\angle BAD = \alpha$.

Найти: DC

2.

В параллелограмме $ABCD$ точка M — середина стороны BC. Известно, что $\angle B$ — тупой. Сравните углы MAD и MDA.

3.

Две стороны треугольника равны 4 см и $\sqrt{3}$ см, а третья сторона равна радиусу окружности, описанной около треугольника. Какую длину может иметь третья сторона?

2.

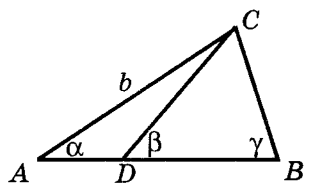
Дан равнобедренный треугольник ABC с основанием AC. Известно, что $AB = BC = a$ и $\angle B$ — наименьший угол треугольника. В каких пределах может изменяться длина основания AC?

3.

Сторона треугольника a и радиус описанной окружности R связаны соотношением $a = R\sqrt{2}$. Найдите угол треугольника, противолежащий данной стороне. Сколько решений имеет задача?

Вариант В2

1.



Дано: $AC = b$; $\angle A = \alpha$;
$\angle CDB = \beta$; $\angle B = \gamma$.

Найти: BD.

2.

В параллелограмме $ABCD$ точка M — середина стороны BC. Известно, что $\angle MDA > \angle MAD$. Определите, какие из углов параллелограмма — острые.

3.

Две стороны треугольника равны 4 см и $3\sqrt{2}$ см. Определите какую длину может иметь третья сторона c, если она связана с радиусом описанной окружности R соотношением $c = R\sqrt{2}$.

К-2. РЕШЕНИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Вариант А1

1.
Решите треугольник ABC, если $\angle A = 45°$, $\angle B = 75°$, $AB = 2\sqrt{3}$ см.

2.
Диагонали параллелограмма равны 12 см и 20 см, а угол между ними — 60°. Найдите стороны параллелограмма.

3.
В прямоугольном треугольнике один из углов равен α, а катет, прилежащий к данному углу, равен a. Выразите через a и α биссектрису прямого угла треугольника.

Вариант А2

1.
Решите треугольник ABC, если $\angle B = 30°$, $\angle C = 105°$, $AC = 4$ см.

2.
Стороны параллелограмма равны 10 см и 16 см, а угол между ними — 60°. Найдите диагонали параллелограмма.

3.
В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна c, а один из острых углов равен β. Выразите через c и β биссектрису второго острого угла.

Вариант Б1

1.
Решите треугольник ABC, если $AB = 7\sqrt{3}$ см, $BC = 1$ см, $\angle B = 150°$.

2.
Диагональ параллелограмма равна d и делит его угол на углы α и β. Найдите стороны параллелограмма.

3.
Из точки A, лежащей на окружности, проведены хорды $AB = 8$ см и $AC = 4\sqrt{3}$ см. Найдите углы треугольника ABC и радиус окружности, если расстояние между серединами данных хорд равно 2 см.

Вариант Б2

1.
Решите треугольник ABC, если $BC = 6\sqrt{2}$ см, $AC = 2$ см, $\angle C = 135°$.

2.
Большая диагональ прямоугольной трапеции равна d и образует с меньшим основанием угол α. Острый угол трапеции равен β. Найдите меньшее основание и большую боковую сторону трапеции.

3.
Средние линии треугольника ABC, вписанного в окружность, равны 3 см, $3\sqrt{3}$ см и 6 см. Найдите углы треугольника ABC и радиус окружности.

Вариант В1

1.
Решите треугольник ABC, если $BC = 8$ см, $AC = 7$ см, $\angle B = 60°$.

2.
Одна из сторон параллелограмма на 8 см больше другой. Найдите периметр параллелограмма, если одна из его диагоналей образует со сторонами параллелограмма углы 30° и 45°.

3.
Треугольник, две стороны которого равны 16 см и $8\sqrt{3}$ см, вписан в окружность радиуса 8 см. Определите, в каком отношении вершины треугольника делят дугу окружности.

Вариант В2

1.
Решите треугольник ABC, если $AB = 4\sqrt{2}$ см, $BC = 5$ см, $\angle A = 45°$.

2.
Периметр параллелограмма равен $\left(2\sqrt{2} + 2\right)$см. Найдите стороны параллелограмма, если одна из его диагоналей образует со сторонами параллелограмма углы 30° и 45°.

3.
Вершины треугольника делят описанную окружность в отношении 2:3:7. Наименьшая сторона треугольника равна 6 см. Найдите радиус окружности.

С-8. ВЫПУКЛЫЙ МНОГОУГОЛЬНИК

Вариант А1

1.
Найдите углы выпуклого пятиугольника, если их градусные меры относятся как 3:4:5:7:8.

2.
Сумма внутренних углов выпуклого n-угольника в 1,5 раза больше суммы его внешних углов. Найдите n.

3.
Докажите, что выпуклый четырехугольник имеет не больше трех тупых углов.

Вариант А2

1.
Найдите углы выпуклого пятиугольника, если их градусные меры относятся как 1:5:15:16:17.

2.
Сумма внешних углов выпуклого n-угольника на 360° меньше суммы его внутренних углов. Найдите n.

3.
Докажите, что среди внешних углов выпуклого многоугольника не может быть более трех тупых углов.

Вариант Б1

1.
Найдите углы выпуклого пятиугольника, если каждый из них, начиная со второго, больше предыдущего на 30°.

2.
Сумма трех внутренних углов выпуклого четырехугольника равна 300°. Найдите сумму внешних углов четырехугольника, соответствующих данным внутренним углам.

3.
Может ли наибольший угол выпуклого семиугольника быть равным 128°? Ответ объясните.

Вариант Б2

1.
Найдите углы выпуклого четырехугольника, если каждый из них, начиная со второго, на 40° меньше предыдущего.

2.
Сумма пяти внешних углов выпуклого шестиугольника равна 300°. Найдите сумму внутренних углов шестиугольника, соответствующих данным внешним углам.

3.
Может ли наименьший угол выпуклого семиугольника быть равным 130°? Ответ объясните.

Вариант В1

1.
Найдите углы выпуклого шестиугольника, если сумма трех любых его последовательных углов постоянна, а градусные меры этих углов пропорциональны числам 6, 13 и 17.

2.
Сумма трех внутренних углов выпуклого пятиугольника равна 400°. Найдите сумму внешних углов пятиугольника, не смежных с данными внутренними.

3.
Может ли сумма пяти углов выпуклого семиугольника быть меньше суммы двух других? Ответ объясните.

Вариант В2

1.
Найдите углы выпуклого восьмиугольника, если два любых соседних угла отличаются на 10°, а сумма двух любых его соседних углов постоянна.

2.
Сумма трех внешних углов выпуклого пятиугольника равна 250°. Найдите сумму внутренних углов пятиугольника, не смежных с данными внешними.

3.
Может ли сумма двух углов выпуклого шестиугольника быть больше суммы четырех других? Ответ объясните.

С-9. ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ. ФОРМУЛЫ ДЛЯ РАДИУСОВ ВПИСАННЫХ И ОПИСАННЫХ ОКРУЖНОСТЕЙ ПРАВИЛЬНЫХ МНОГОУГОЛЬНИКОВ

Вариант А1

1.
Найдите количество сторон правильного многоугольника, если его внутренний угол равен 108°.

2.
В окружности радиуса $2\sqrt{3}$ см вписан правильный треугольник. Найдите:
а) сторону треугольника;
б) радиус окружности, вписанной в данный треугольник.

3.
Вершины правильного восьмиугольника, взятые через одну, последовательно соединены отрезками. Докажите, что полученный четырехугольник — правильный.

Вариант А2

1.
Найдите количество вершин правильного многоугольника, если его внешний угол равен 45°.

2.
В квадрат вписана окружность радиуса 2 см. Найдите:
а) сторону квадрата;
б) радиус окружности, описанной около данного квадрата.

3.
Середины сторон правильного пятиугольника последовательно соединены отрезками. Докажите, что полученный пятиугольник — правильный.

Вариант Б1

1.
Найдите количество сторон правильного многоугольника, у которого внутренний угол в 3 раза больше центрального.

2.
Найдите радиусы окружностей, вписанной в правильный треугольник и описанной около него, если их разность равна 4 см.

Вариант Б2

1.
Найдите количество сторон правильного многоугольника, у которого центральный угол в 2 раза меньше внутреннего.

2.
Найдите радиусы окружностей, вписанной в квадрат и описанной около него, если их произведение равно $4\sqrt{2}$ см^2.

3.

Докажите, что диагональ правильного пятиугольника параллельна одной из его сторон.

3.

Докажите, что внешний угол любого правильного многоугольника равен его центральному углу.

Вариант В1

1.

Внешние углы двух правильных многоугольников отличаются на 30°, а суммы внутренних углов этих многоугольников отличаются на 360°. Найдите количество сторон каждого многоугольника.

2.

Правильный треугольник ABC вписан в окружность. На стороне BC построен квадрат, около которого описана окружность. Найдите расстояние между центрами окружностей, если они лежат по разные стороны от BC, а $BC = 6$ см.

3.

Докажите, что диагонали правильного пятиугольника при пересечении образуют правильный пятиугольник.

Вариант В2

1.

Центральные углы двух правильных многоугольников отличаются на 20°, а суммы внутренних углов этих многоугольников отличаются на 540°. Найдите количество сторон каждого многоугольника.

2.

Общая хорда двух окружностей равна 6 см и является для одной из окружностей стороной правильного вписанного шестиугольника, а для другой — стороной вписанного равностороннего треугольника. Найдите расстояние между центрами окружностей, если они лежат по одну сторону от хорды.

3.

На сторонах правильного пятиугольника построены равносторонние треугольники. Докажите, что их вершины, лежащие вне пятиугольника, являются вершинами другого правильного пятиугольника.

С-10. ДЛИНА ОКРУЖНОСТИ. РАДИАННАЯ МЕРА УГЛА

Вариант А1

1.

Дуга, соответствующая данному центральному углу, составляет $\frac{2}{5}$ окружности.

а) Найдите градусную и радианную меры центрального угла.

б) Найдите длину дуги, если радиус окружности равен 4 см.

2.

Найдите количество сторон выпуклого многоугольника, сумма углов которого равна 3π радиан.

3.

Хорда длиной $4\sqrt{2}$ см стягивает дугу 90°. Найдите длину окружности.

Вариант А2

1.

Дуга, соответствующая данному центральному углу, составляет $\frac{5}{18}$ окружности.

а) Найдите градусную и радианную меры центрального угла.

б) Найдите длину дуги, если радиус окружности равен 4 см.

2.

Найдите количество сторон выпуклого многоугольника, сумма углов которого равна 5π радиан.

3.

В окружности длиной $8\sqrt{3}\pi$ см проведена хорда, стягивающая дугу 60°. Найдите длину хорды.

Вариант Б1

1.

В окружности радиуса $\frac{12}{\pi}$ см выбрана дуга длиной 9 см.

а) Найдите градусную и радианную меры дуги.

б) Найдите длину дуги данной окружности, соответствующей центральному углу, равному 2 радиана.

Вариант Б2

1.

В окружности радиуса $\frac{12}{\pi}$ см выбрана дуга длиной 10 см.

а) Найдите градусную и радианную меры дуги.

б) Найдите длину дуги данной окружности, соответствующей центральному углу, равному 3 радиана.

2.
Найдите количество сторон и сумму внутренних углов правильного многоугольника, если его центральный угол равен $\frac{\pi}{5}$.

3.
Хорда длиной $6\sqrt{3}$ см делит дугу окружности в отношении 1:2. Найдите длину большей из двух образовавшихся дуг.

2.
Найдите количество сторон и сумму внутренних углов правильного многоугольника, если его внешний угол равен $\frac{\pi}{6}$.

3.
Концы хорды делят дугу окружности в отношении 1:3. Найдите длину хорды, если большая из двух образовавшихся дуг имеет длину 6π см.

Вариант В1

1.
Длина дуги окружности радиуса 12 см составляет $\frac{5}{6}$ длины окружности.
а) Найдите градусную и радианную меры данной дуги.
б) Найдите радиус окружности, длина которой равна длине данной дуги.

2.
Найдите радианную меру центрального угла правильного многоугольника, если сумма его внешних углов с одним из внутренних равна $\frac{8\pi}{3}$.

3.
На высоте равностороннего треугольника как на диаметре построена окружность. Найдите длину дуги окружности, заключенной внутри треугольника, если сторона треугольника равна $2\sqrt{3}$ см.

Вариант В2

1.
Длина дуги окружности радиуса 12 см составляет $\frac{7}{12}$ длины окружности.
а) Найдите градусную и радианную меры данной дуги.
б) Найдите радиус окружности, длина которой равна длине данной дуги.

2.
Найдите радианную меру центрального угла правильного многоугольника, если сумма его внутренних и внешних углов равна 8π.

3.
На катете равнобедренного прямоугольного треугольника как на диаметре построена окружность. Найдите длину дуги окружности, заключенной внутри треугольника, если его гипотенуза равна $4\sqrt{2}$ см.

К-3. МНОГОУГОЛЬНИКИ

Вариант А1

1.

Внутренний угол правильного многоугольника в 3 раза больше внешнего угла. Найдите сторону многоугольника, если его периметр равен 96 см.

2.

Найдите длину и радиус окружности, если центральному углу 72° соответствует дуга длиной 2π см.

3.

Сторона правильного треугольника, описанного около окружности, равна $12\sqrt{3}$ см. Найдите сторону правильного шестиугольника, вписанного в данную окружность.

4.

Сторона правильного вписанного многоугольника стягивает в окружности радиуса 6 см дугу длиной 3π см. Найдите периметр многоугольника.

Вариант А2

1.

Сторона правильного многоугольника равна 5 см, а его внутренний угол на 108° больше внешнего. Найдите периметр многоугольника.

2.

Длина окружности равна 24π см. Найдите радиус окружности и длину дуги, соответствующей центральному углу, равному 45°.

3.

Сторона правильного шестиугольника, вписанного в окружность, равна 8 см. Найдите сторону квадрата, описанного около данной окружности.

4.

Точки касания двух соседних сторон описанного многоугольника ограничивают в окружности радиуса 6 см дугу длиной 4π см. Найдите периметр многоугольника.

Вариант Б1

1.

Периметр правильного многоугольника равен 84 см, а сумма его внутренних углов на 540° больше суммы внешних углов. Найдите сторону многоугольника.

Вариант Б2

1.

Сумма внутренних углов многоугольника в 3 раза больше суммы его внешних углов. Найдите периметр многоугольника, если его сторона равна 10 см.

2.
Угол, равный $36°$, вписан в окружность. Найдите длину дуги окружности, заключенной между сторонами угла, если радиус окружности равен 5 см.

2.
В окружность радиуса 12 см вписан угол. Найдите его градусную меру, если длина дуги окружности, заключенной между сторонами угла, равна 8π см.

3.
Около правильного треугольника с высотой 9 см описана окружность, а около окружности описан правильный шестиугольник. Найдите его периметр.

3.
В квадрат с диагональю $8\sqrt{2}$ см вписана окружность, в которую вписан правильный шестиугольник. Найдите его периметр.

4.
Длина окружности, описанной около правильного многоугольника, равна 24π см, а длина его стороны — $12\sqrt{3}$ см. Найдите количество сторон многоугольника.

4.
Длина окружности, вписанной в правильный многоугольник, равна 12π см, а длина его стороны — $4\sqrt{3}$ см. Найдите количество сторон многоугольника.

Вариант В1

1.
Найдите количество сторон правильного многоугольника, если сумма двух его углов на $108°$ меньше суммы остальных углов.

2.
Окружность радиуса 12 см вписана в угол, равный $30°$. Найдите длину меньшей дуги окружности, ограниченной точками касания со сторонами угла.

Вариант В2

1.
Найдите количество сторон правильного многоугольника, если сумма пяти его углов на $270°$ больше суммы остальных углов.

2.
Окружность радиуса 12 см вписана в угол так, что длина большей дуги, ограниченной точками касания, равна 14π см. Найдите градусную меру данного угла.

3.

Около окружности радиуса $4\sqrt{3}$ см описан правильный треугольник. На его высоте как на стороне построен правильный шестиугольник, и в него вписана другая окружность. Найдите ее радиус.

4.

Точки касания правильного описанного многоугольника с окружностью последовательно соединены отрезками.

а) Докажите, что полученный многоугольник подобен данному.

б) Найдите количество сторон многоугольников, если коэффициент подобия равен 2.

3.

В окружность радиуса $4\sqrt{3}$ см вписан квадрат. На его диагонали как на стороне построен равносторонний треугольник, в который вписана другая окружность. Найдите ее радиус.

4.

Через вершины правильного многоугольника, вписанного в окружность, проведены касательные к окружности.

а) Докажите, что многоугольник, образовавшийся при пересечении касательных, подобен данному.

б) Найдите количество сторон многоугольников, если коэффициент подобия равен $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

С-11. ПЛОЩАДЬ ПРЯМОУГОЛЬНИКА, КВАДРАТА, ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

Вариант А1

1.

Стороны параллелограмма равны 5 см и 12 см, а один из его углов равен 150°. Найдите площадь параллелограмма.

2.

Периметр прямоугольника равен 52 см, а его стороны относятся как 4:9.

а) Найдите площадь прямоугольника.

б) Найдите сторону квадрата, площадь которого равна площади прямоугольника.

Вариант А2

1.

Одна из сторон параллелограмма равна 14 см, а высота, проведенная к ней, — 5 см. Найдите площадь параллелограмма.

2.

Стороны прямоугольника относятся как 9:1, а их разность равна 32 см.

а) Найдите площадь прямоугольника.

б) Найдите сторону квадрата, площадь которого равна площади прямоугольника.

3.
Высоты параллелограмма равны 3 см и 4 см, а его площадь равна 48 см^2. Найдите периметр параллелограмма.

3.
Одна из сторон параллелограмма в 3 раза больше другой, а угол между ними равен 30°. Найдите периметр параллелограмма, если его площадь равна 24 см^2.

Вариант Б1

1.
Периметр параллелограмма равен 66 см. Два угла параллелограмма относятся как 1:5, а две стороны — как 2:9. Найдите площадь параллелограмма.

2.
Диагональ прямоугольника больше его сторон на 2 см и 16 см соответственно.
а) Найдите площадь прямоугольника.
б) Найдите площадь квадрата, периметр которого равен периметру прямоугольника.

3.
Высоты параллелограмма равны 4 см и 6 см, а одна из его сторон на 4 см больше другой. Найдите периметр параллелограмма.

Вариант Б2

1.
Периметр параллелограмма равен 44 см. Разность двух его углов равна 120°, а разность двух его сторон — 2 см. Найдите площадь параллелограмма.

2.
Стороны прямоугольника меньше его диагонали на 4 см и 8 см соответственно.
а) Найдите площадь прямоугольника.
б) Найдите площадь квадрата, периметр которого равен периметру прямоугольника.

3.
Периметр параллелограмма равен 28 см, а его высоты равны 3 см и 4 см. Найдите площадь параллелограмма.

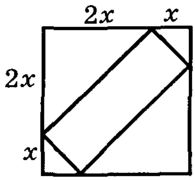
Вариант В1

1.
Стороны параллелограмма равны 12 см и 9 см, а угол между его высотами равен 30°. Найдите площадь параллелограмма.

Вариант В2

1.
Высоты параллелограмма равны 9 см и 12 см, а угол между его сторонами равен 30°. Найдите площадь параллелограмма.

2.

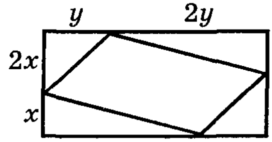


В квадрат, площадь которого равна 81 см^2, вписан прямоугольник так, что вершины прямоугольника делят стороны квадрата в отношении 2:1 (см. рисунок). Найдите площадь прямоугольника.

3.

Стороны параллелограмма равны 12 см и 18 см, а одна из его высот — 15 см. Найдите вторую высоту параллелограмма.

2.



В прямоугольник со сторонами 3 см и 6 см вписан параллелограмм так, что вершины параллелограмма делят стороны прямоугольника в отношении 2:1 (см. рисунок). Найдите площадь параллелограмма.

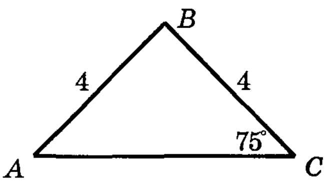
3.

Высоты параллелограмма равны 15 см и 10 см, а одна из его сторон — 12 см. Найдите вторую сторону параллелограмма.

С-12. ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА

Вариант А1

1.



Дано: $AB = BC = 4$ см;
$\angle C = 75°$.
Найти: $S_{\triangle ABC}$.

2.

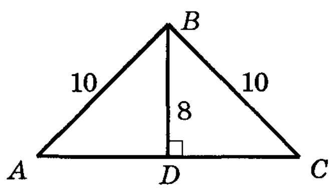
Найдите наибольшую высоту треугольника со сторонами 11 см, 25 см и 30 см.

3.

Высота прямоугольного треугольника делит гипотенузу на отрезки длиной 18 см и 32 см. Найдите площадь треугольника.

Вариант А2

1.



Дано: $AB = BC = 10$ см;
$BD \perp AC$; $BD = 8$ см.
Найти: $S_{\triangle ABC}$.

2.

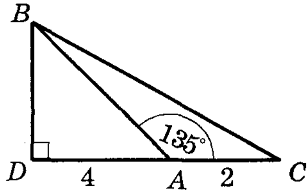
Найдите наименьшую высоту треугольника со сторонами 25 см, 29 см и 36 см.

3.

Катет прямоугольного треугольника равен 20 см, а его проекция на гипотенузу — 16 см. Найдите площадь треугольника.

Вариант Б1

1.



Дано: $BD \perp AC$; $\angle BAC = 135°$;
$AC = 2$ см; $AD = 4$ см.
Найти: $S_{\triangle ABC}$.

2.

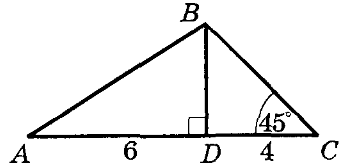
В равнобокой трапеции боковая сторона равна 25 см, диагональ — 30 см, а меньшее основание — 11 см. Найдите высоту трапеции.

3.

Биссектриса прямого угла делит гипотенузу прямоугольного треугольника на отрезки, разность которых равны 5 см. Найдите площадь треугольника, если его катеты относятся как 3:4.

Вариант Б2

1.



Дано: $BD \perp AC$; $\angle C = 45°$;
$AD = 6$ см; $DC = 4$ см.
Найти: $S_{\triangle ABC}$.

2.

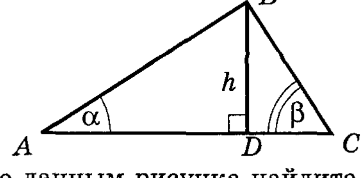
Стороны параллелограмма равны 13 см и 14 см, а одна из диагоналей — 15 см. Найдите наименьшую высоту параллелограмма.

3.

Биссектриса острого угла прямоугольного треугольника делит катет на отрезки, один из которых на 2 см меньше другого. Найдите площадь треугольника, если гипотенуза и второй катет относятся как 5:4.

Вариант В1

1.



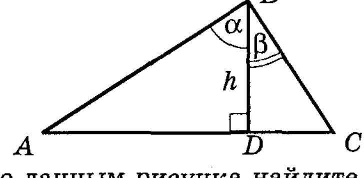
По данным рисунка найдите площадь треугольника ABC.

2.

Площадь треугольника ABC равна 36 см^2. На высоте BD выбрана точка K так, что $BK{:}KD = 1{:}2$. Найдите площадь треугольника AKC.

Вариант В2

1.



По данным рисунка найдите площадь треугольника ABC.

2.

Площадь треугольника ABC равна 36 см^2. На стороне AC выбрана точка K так, что $AK{:}KC = 1{:}5$. Найдите площадь треугольника KBC.

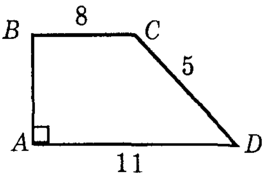
3.
Медианы прямоугольного треугольника, проведенные к катетам, равны $\sqrt{52}$ см и $\sqrt{73}$ см. Найдите площадь треугольника.

3.
Медианы прямоугольного треугольника, проведенные к катету и гипотенузе, соответственно равны $2\sqrt{13}$ см и 5 см. Найдите площадь треугольника.

С-13. ПЛОЩАДЬ ТРАПЕЦИИ. ПЛОЩАДЬ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА

Вариант А1

1.



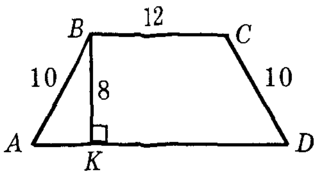
По данным рисунка найдите площадь трапеции $ABCD$.

2.
Найдите площадь ромба, если его периметр равен 42 см, а диагонали относятся как 5:12.

3.
Площадь трапеции равна 24 см^2. Найдите расстояние между основаниями трапеции, если ее средняя линия равна 8 см.

Вариант А2

1.



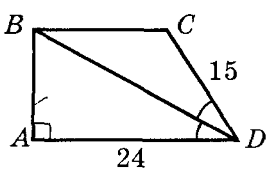
По данным рисунка найдите площадь трапеции $ABCD$.

2.
Найдите площадь ромба, если сумма его диагоналей равна 14 см, а периметр — 20 см.

3.
Меньшая боковая сторона прямоугольной трапеции равна 4 см. Найдите среднюю линию трапеции, если ее площадь равна 36 см^2.

Вариант Б1

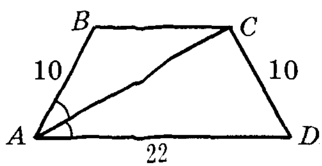
1.



По данным рисунка найдите площадь трапеции $ABCD$.

Вариант Б2

1.



По данным рисунка найдите площадь трапеции $ABCD$.

2.
Диагонали ромба относятся как 8:15, а его площадь равна 240 см^2. Найдите периметр ромба.

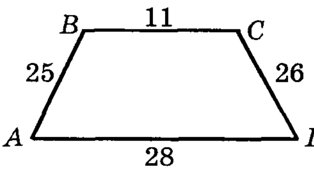
3.
Диагональ равнобокой трапеции перпендикулярна боковой стороне. Найдите площадь трапеции, если ее основания равны 7 см и 25 см.

2.
Разность диагоналей ромба равна 14 см, а его площадь — 120 см^2. Найдите периметр ромба.

3.
Диагональ равнобокой трапеции перпендикулярна боковой стороне. Найдите площадь трапеции, если ее высота равна 12 см, а диагональ — 20 см.

Вариант В1

1.



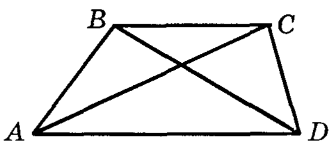
По данным рисунка найдите площадь трапеции $ABCD$.

2.
Площадь ромба равна 600 см^2, а одна из диагоналей — 30 см. Найдите высоту ромба.

3.
Диагонали равнобокой трапеции взаимно перпендикулярны. Найдите площадь трапеции, если ее основания равны 7 см и 13 см.

Вариант В2

1.



Дано: $AD = 18$ см; $BC = 2$ см; $AC = 15$ см; $BD = 7$ см. Найдите площадь трапеции $ABCD$.

2.
Высота и диагонали ромба относятся как 12:15:20, а его периметр равен 100 см. Найдите площадь ромба.

3.
Диагонали равнобокой трапеции взаимно перпендикулярны. Найдите площадь трапеции, если точка пересечения диагоналей удалена от оснований на 5 см и 6 см.

С-14*. ОКРУЖНОСТЬ И МНОГОУГОЛЬНИК
(домашняя самостоятельная работа)

Вариант 1

1.
Высота треугольника равна 15 см и делит его сторону на отрезки длиной 8 см и 20 см. Найдите радиусы описанной и вписанной окружностей треугольника.

2.
Высота равнобедренного треугольника, проведенная к основанию, равна 32 см, а радиус окружности, вписанной в треугольник, равен 12 см. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника.

3.
Центр окружности, описанной около равнобедренного треугольника, делит медиану, проведенную к основанию, в отношении 25:7. Боковая сторона треугольника равна 40 см. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник.

4.
Точка касания вписанной окружности делит гипотенузу прямоугольного треугольника на отрезки 4 см и 6 см. Найдите радиусы описанной и вписанной окружностей.

Вариант 2

1.
Две стороны остроугольного треугольника равны 13 см и 15 см, а высота, проведенная к третьей стороне, — 12 см. Найдите радиусы описанной и вписанной окружностей треугольника.

2.
Центр окружности, вписанной в равнобедренный треугольник с основанием 48 см, делит высоту, проведенную к основанию, в отношении 3:5, считая от основания. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника.

3.
Высота равнобедренного треугольника, проведенная к основанию, равна 64 см, а диаметр вписанной окружности равен 48 см. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника.

4.
Точка касания вписанной окружности делит катет прямоугольного треугольника на отрезки 2 см и 6 см, считая от вершины прямого угла. Найдите радиусы описанной и вписанной окружностей.

5.

В прямоугольном треугольнике радиусы описанной и вписанной окружностей соответственно равны 10 см и 4 см. Найдите периметр треугольника.

6.

Периметр прямоугольника равен 46 см. Биссектриса прямого угла делит диагональ в отношении 8:15. Найдите длину окружности, описанной около прямоугольника.

7.

Высота ромба, проведенная из вершины тупого угла, делит его сторону на отрезки 7 см и 18 см. Найдите радиус окружности, вписанной в ромб.

8.

Основания прямоугольной трапеции равны 21 см и 28 см. Найдите радиус окружности, вписанной в трапецию.

9.

Центр окружности, описанной около трапеции, лежит на большем основании. Найдите радиус окружности, если высота и диагональ трапеции соответственно равны 24 см и 40 см.

10*.

Около трапеции со средней линией 6 см описана окружность. Угол между радиусами окружности, проведенными к концам боковой стороны, равен 120°. Найдите площадь трапеции.

5.

Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник с периметром 72 см, равен 6 см. Найдите радиус описанной окружности.

6.

Разность сторон прямоугольника равна 14 см. Биссектриса прямого угла делит диагональ в отношении 5:12. Найдите длину окружности, описанной около прямоугольника.

7.

Точка касания окружности, вписанной в ромб, делит его сторону на отрезки 9 см и 16 см. Найдите высоту ромба.

8.

Основания равнобокой трапеции равны 8 см и 18 см. Найдите радиус окружности, вписанной в трапецию.

9.

В полукруг вписана трапеция с меньшим основанием 14 см, параллельным диаметру, и высотой 24 см. Найдите радиус полукруга.

10*.

Около трапеции с высотой 6 см описана окружность. Угол между радиусами окружности, проведенными к концам боковой стороны, равен 60°. Найдите площадь трапеции.

С-15. ПЛОЩАДИ ПОДОБНЫХ ФИГУР. ПЛОЩАДЬ КРУГА И ЕГО ЧАСТЕЙ

Вариант А1

1.
Площади подобных треугольников относятся как 4:9. Сторона первого треугольника равна 8 см. Найдите соответствующую сторону второго треугольника.

2.
Найдите площадь круга, вписанной в квадрат со стороной 4 см.

3.
Площадь кругового сектора равна 9π см^2. Найдите радиус круга, если соответствующий этому сектору центральный угол равен 90°.

Вариант А2

1.
Соответствующие стороны подобных треугольников равны 15 см и 25 см. Найдите отношение площадей данных треугольников.

2.
Найдите площадь круга, описанного около равностороннего треугольника со стороной $3\sqrt{3}$ см.

3.
Радиус круга равен 6 см. Найдите центральный угол, соответствующий круговому сектору, площадь которого равна 12π см^2.

Вариант Б1

1.
Средняя линия отсекает от данного треугольника треугольник, площадь которого равна 15 см^2. Найдите площадь данного треугольника.

2.
Найдите площадь круга, вписанного в треугольник со сторонами 18 см, 24 см и 30 см.

3.
Радиус круга равен 6 см. Найдите площадь кругового сегмента, если соответствующий ему центральный угол равен 60°.

Вариант Б2

1.
В треугольнике, площадь которого равна 48 см^2, проведена средняя линия. Найдите площади частей, на которые она делит треугольник.

2.
Найдите площадь круга, описанного около треугольника со сторонами 16 см, 30 см и 34 см.

3.
Радиус круга равен 6 см. Найдите площадь кругового сегмента, если соответствующий ему центральный угол равен 300°.

Вариант В1

1.
Прямая, параллельная основанию треугольника, делит его на треугольник и трапецию, площади которых относятся как 4:5. Периметр образовавшегося треугольника равен 20 см. Найдите периметр данного треугольника.

2.
В прямоугольный треугольник с катетами 21 см и 28 см вписан полукруг с центром на гипотенузе. Найдите площадь полукруга.

3.
В круговой сектор радиуса R с соответствующим ему центральным углом, равным 60°, вписан круг. Найдите площадь этого круга.

Вариант В2

1.
Прямая, параллельная основанию треугольника, отсекает от него треугольник, площадь которого в 8 раз меньше площади оставшейся части. Периметр большего треугольника равен 27 см. Найдите периметр меньшего треугольника.

2.
В прямоугольный треугольник, катеты которого относятся как 3:4, вписан полукруг с центром на гипотенузе, площадь которого равна 72π см^2. Найдите периметр треугольника.

3.
В круговой сектор с соответствующим ему центральным углом, равным 60°, вписан круг радиуса r. Найдите площадь сектора.

К-4. ПЛОЩАДИ ФИГУР

Вариант А1

1.
В треугольнике ABC $AB = 8$ см, $AC = 5$ см, $\angle A:\angle B:\angle C = 3:4:11$. Найдите площадь треугольника.

2.
Площадь ромба равна 120 см^2, а одна из диагоналей больше другой на 14 см. Найдите диагонали ромба.

3.
Радиус окружности, вписанной в треугольник, равен 3 см, а периметр треугольника — 20 см. Найдите площадь треугольника.

Вариант А2

1.
В треугольнике ABC проведена высота BD (точка D лежит на отрезке AC). Найдите площадь треугольника ABC, если $AB = 25$ см, $BC = 26$ см, $BD = 24$ см.

2.
Диагонали ромба относятся как 8:15, а его площадь равна 240 см^2. Найдите диагонали ромба.

3.
Площадь треугольника равна 18 см^2, а радиус окружности, вписанной в треугольник, — 4 см. Найдите периметр треугольника.

4.
Найдите площадь прямоугольной трапеции, боковые стороны которой равны 12 см и 13 см, а основания относятся как 4:9.

4.
Найдите площадь прямоугольной трапеции, основания которой равны 4 см и 9 см, а одна из боковых сторон на 1 см больше другой.

Вариант Б1

1.
Периметр равнобедренного треугольника равен 36 см, а его основание равно 10 см. Найдите площадь треугольника.

2.
Найдите углы ромба, периметр которого равен 24 см, а площадь — 18 $см^2$.

3.
Периметр равнобедренного треугольника равен 128 см, а его основание — 48 см. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник.

4.
Найдите площадь равнобокой трапеции, основания которой равны 15 см и 33 см, а диагонали являются биссектрисами острых углов.

Вариант Б2

1.
Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 17 см, а его периметр — 50 см. Найдите площадь треугольника.

2.
В ромбе с площадью 98 $см^2$ один из углов равен 150°. Найдите периметр ромба.

3.
Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 40 см, а высота, проведенная к основанию, — 32 см. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника.

4.
Найдите площадь равнобокой трапеции, основания которой равны 11 см и 25 см, а диагонали являются биссектрисами тупых углов.

Вариант В1

1.
Высота равностороннего треугольника равна 12 см. Найдите площадь треугольника, образованного средними линиями данного треугольника.

2.
Радиус окружности, вписанной в ромб с площадью 2400 $см^2$, равен 24 см. Найдите диагонали ромба.

Вариант В2

1.
Высота равностороннего треугольника равна 12 см. Найдите площадь треугольника, для которого стороны данного треугольника являются средними линиями.

2.
Точка касания окружности, вписанной в ромб, делит его сторону на отрезки 9 см и 16 см. Найдите диагонали ромба.

3.

Площадь прямоугольного треугольника равна 24 см^2, а радиус описанной окружности — 5 см. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник.

4.

Боковые стороны и высота трапеции соответственно равны 30 см, 25 см и 24 см. Найдите площадь трапеции, если биссектрисы ее острых углов пересекаются на меньшем основании.

3.

Периметр прямоугольного треугольника равен 24 см, а радиус вписанной окружности — 2 см. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника.

4.

Боковые стороны и высота трапеции соответственно равны 30 см, 25 см и 24 см. Найдите площадь трапеции, если биссектрисы ее тупых углов пересекаются на большем основании.

К-5. ГОДОВАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Вариант А1

1.

Две стороны треугольника равны 6 см и 16 см, а угол между ними — 60°.

а) Найдите периметр треугольника.

б) Найдите площадь треугольника.

2.

Площадь круга, описанного около квадрата, равна 8π см^2. Найдите сторону и площадь квадрата.

3.

Биссектриса прямоугольного треугольника делит его катет на отрезки 12 см и 20 см. Найдите площадь треугольника.

Вариант А2

1.

Две стороны треугольника равны 6 см и 10 см, а угол между ними — 120°.

а) Найдите периметр треугольника.

б) Найдите площадь треугольника.

2.

Длина окружности, вписанной в правильный четырехугольник, равна 8π см. Найдите сторону и площадь четырехугольника.

3.

Биссектриса прямоугольного треугольника делит гипотенузу на отрезки 20 см и 15 см. Найдите площадь треугольника.

Вариант Б1

1.

В треугольнике ABC $\angle B = 120°$, $AB = 7$ см, $AC = 13$ см.

а) Найдите периметр треугольника.

Вариант Б2

1.

Стороны треугольника равны 3 см и 7 см, а угол, противолежащий большей из них, равен 60°.

а) Найдите периметр треугольника.

б) Найдите площадь треугольника.

2.
Площадь правильного треугольника равна $12\sqrt{3}$ см^2. Найдите площадь круга, вписанного в треугольник, и площадь квадрата, описанного около этого круга.

3.
Диагональ прямоугольной трапеции делит острый угол пополам, а вторую диагональ — в отношении 8:5. Найдите площадь трапеции, если ее высота равна 12 см.

б) Найдите площадь треугольника.

2.
Площадь правильного треугольника равна $12\sqrt{3}$ см^2. Найдите площадь круга, описанного около треугольника, и площадь квадрата, вписанного в этот круг.

3.
Диагональ прямоугольной трапеции делит тупой угол пополам, а вторую диагональ — в отношении 2:5. Найдите площадь трапеции, если меньшая боковая сторона равна 24 см.

Вариант В1

1.
Одна из сторон треугольника равна 7 см, разность двух других сторон равна 5 см, а угол между ними — 60°.
а) Найдите периметр треугольника.
б) Найдите площадь треугольника.

2.
Сумма площадей правильных шестиугольников, вписанного и описанного около одной окружности, равна $14\sqrt{3}$ см^2. Найдите площадь круга, ограниченного данной окружностью.

3.
Меньшее основание равнобокой трапеции равно боковой стороне, а диагонали делятся точкой пересечения в отношении 5:11. Найдите площадь трапеции, если ее высота равна 20 см.

Вариант В2

1.
Сумма двух сторон треугольника равна 16 см, угол между ними — 120°. Третья сторона треугольника равна 14 см.
а) Найдите неизвестные стороны треугольника.
б) Найдите площадь треугольника.

2.
Разность площадей правильных шестиугольников, описанного и вписанного в одну окружность, равна $2\sqrt{3}$ см^2. Найдите длину данной окружности.

3.
Большее основание равнобокой трапеции равно боковой стороне, а диагонали делятся точкой пересечения в отношении 3:13. Найдите площадь трапеции, если ее высота равна 24 см.

ГЕОМЕТРИЯ (по Атанасяну)

С-1. КООРДИНАТЫ ВЕКТОРА

Вариант А1 / Вариант А2

Даны векторы $\overline{a}\ \{3; -2\}$, $\overline{b}\ \{-1; 1\}$.

1. Найдите координаты векторов

А1: $\overline{m} = -3\overline{a}$, $\overline{n} = \overline{a} + 2\overline{b}$.

А2: $\overline{m} = -4\overline{b}$, $\overline{n} = \overline{a} + 3\overline{b}$.

2. Запишите разложение векторов $\overline{m}$ и $\overline{n}$ по координатным векторам $\overline{i}$ и $\overline{j}$.

3. Найдите среди векторов $\overline{k}\ \{-8; 0\}$, $\overline{l}\ \{0; 8\}$, $\overline{p}\ \{-3; 2\}$, $\overline{r}\ \{-8; 8\}$ векторы, коллинеарные векторам $\overline{m}$ и $\overline{n}$.

4. Разложите вектор $\overline{c}$ по векторам $\overline{k}$ и $\overline{l}$, если

А1: $\overline{c} = 2\overline{r}$.

А2: $\overline{c} = -3\overline{r}$.

Вариант Б1 / Вариант Б2

Даны векторы $\overline{a}\ \{-5; 1\}$, $\overline{b}\ \{0; -3\}$, $\overline{c}\ \{4; -2\}$.

1. Найдите координаты векторов

Б1: $\overline{m} = -\overline{a} + 2\overline{b} - \overline{c}$, $\overline{n} = 2\overline{a} - \frac{1}{3}\overline{b} + 4\overline{c}$.

Б2: $\overline{m} = \overline{a} - 3\overline{b} + 2\overline{c}$, $\overline{n} = -2\overline{a} + \overline{b} - \frac{1}{2}\overline{c}$.

2. Запишите разложение векторов $\overline{m}$ и $\overline{n}$ по координатным векторам $\overline{i}$ и $\overline{j}$.

3. Найдите среди векторов $\overline{k}\ \{-6; 5\}$, $\overline{l}\ \{1; 2\}$, $\overline{p}\ \{5; -25\}$, $\overline{r}\ \{-8; -4\}$ векторы, коллинеарные векторам $\overline{m}$ и $\overline{n}$.

4. Разложите вектор $\overline{d}$ по векторам $\overline{a}$ и $\overline{b}$, если

Б1: $\overline{d}\ \{-10; 5\}$.

Б2: $\overline{d}\ \{-5; -7\}$.

Вариант В1 **Вариант В2**

Даны векторы $\vec{a}\ \{x; -2\}$, $\vec{b}\ \{2; -4\}$, $\vec{c}\ \{-3; 6\}$.

1. Найдите координаты векторов

$\vec{m} = \vec{a} + 3(\vec{b} - \vec{c})$, $\vec{m} = 3(\vec{a} - \vec{b}) + \vec{c}$,

$\vec{n} = \frac{1}{4}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{b}$. $\vec{n} = -\frac{1}{4}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{b}$.

2. Запишите разложение векторов $\vec{m}$ и $\vec{n}$ по координатным векторам $\vec{i}$ и $\vec{j}$.

3. При каком значении x векторы $\vec{a}$ и $\vec{m}$ коллинеарны?

4. Разложите вектор $\vec{d}$ по векторам $\vec{b}$ и $\vec{c}$, если

$\vec{d}\ \{4; -8\}$. $\vec{d}\ \{3; -6\}$.

С-2. ПРОСТЕЙШИЕ ЗАДАЧИ В КООРДИНАТАХ

Вариант А1 **Вариант А2**

Даны точки $A(1; -2)$, $B(3; 6)$, $C(5; -2)$.

1. Найдите координаты векторов

$\overline{AB}$, $\overline{CB}$. $\overline{AC}$, $\overline{BA}$.

2. Найдите координаты точки M, делящей пополам отрезок

AB. BC.

3. Найдите длину медианы

CM. AM.

4. Является ли четырехугольник

$ABCD$ $ADBC$

параллелограммом, если

$D(7; 6)$? $D(-1; 6)$?

Вариант Б1 **Вариант Б2**

В треугольнике ABC MN — средняя линия, $M \in AB$, $N \in BC$.

1. Найдите координаты точек B и C, если

$A(-1; 3)$, $M(3; 4)$, $N(4; 2)$. $A(1; 3)$, $M(4; 0)$, $N(3; -2)$.

2. Найдите длины медиан AN и CM.

3. Три вершины параллелограмма находятся в точках A, B и C. Найдите координаты его четвертой вершины, если известно, что они положительны.

4. Принадлежит ли точка $E(0; 1)$ стороне AC?

Вариант В1 **Вариант В2**

В треугольнике ABC MN — средняя линия, $M \in AB$, $N \in BC$, O — точка пересечения медиан.

1. Найдите координаты вершин треугольника, если

$M(2; -1)$, $N(0; -1)$, $O(1; -2)$. $M(0; -3)$, $N(-2; 3)$, $O(-1; 2)$.

2. Найдите длины медиан AN и CM.

3. Три вершины ромба находятся в точках A, B и C. Определите координаты его четвертой вершины.

4. Докажите, что точка

$K(2; -3)$ $K(-2; 1)$

принадлежит медиане AN и делит ее в отношении 1:2.

С-3. УРАВНЕНИЕ ОКРУЖНОСТИ

Вариант А1 **Вариант А2**

1. Начертите окружность, заданную уравнением

$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 9$. $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 4$.

2. Напишите уравнение окружности с центром в точке $O(4; -6)$, касающейся

оси ординат. | оси абсцисс.

3. Докажите, что AB — хорда окружности

$(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 25$, если $A(0; -2)$, $B(4; 6)$.

$(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$, если $A(-2; 6)$, $B(-6; 4)$.

Вариант Б1

Вариант Б2

1. Начертите окружность, заданную уравнением

$x^2 + (y + 2)^2 = 20$. | $(x + 2)^2 + y^2 = 18$.

2. Напишите уравнение окружности, проходящей через начало координат и точку $A(6; 0)$, если известно, что радиус окружности равен $3\sqrt{2}$, а центр лежит на прямой

$y = x$. | $y = -x$.

3. Докажите, что AB — диаметр окружности

$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 10$, если $A(5; 2)$, $B(-1; 0)$.

$(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 17$, если $A(7; 1)$, $B(-1; 3)$.

Вариант В1

Вариант В2

1. Начертите окружность, заданную уравнением

$x^2 - 4x + y^2 + 6y + 8 = 0$. | $x^2 + 4x + y^2 - 6y + 3 = 0$.

2. Напишите уравнение окружности, радиус которой равен 5, проходящей через точки

$A(-4; 0)$ и $B(4; 2)$. | $A(-2; 1)$ и $B(6; 1)$.

3. Определите вид четырехугольника $ABCD$ и напишите, если это возможно, уравнение окружности, вписанной в этот четырехугольник, если

$A(-3; 1)$, $B(1; 5)$, $C(5; 1)$, $D(1; -3)$.

$A(-1; 4)$, $B(2; 1)$, $C(-1; -2)$, $D(-4; 1)$.

С-4. УРАВНЕНИЕ ПРЯМОЙ

Вариант А1 / Вариант А2

1. Напишите уравнения прямых, параллельных осям координат и проходящих через точку

А1: $A(-2; 7)$. А2: $B(-7; 2)$.

2. Прямая задана уравнением

А1: $2x - 3y + 6 = 0$. А2: $2x - 3y - 6 = 0$.

а) Начертите эту прямую.

б) Напишите координаты точек пересечения прямой с осями координат.

в) Найдите площадь треугольника, образованного осями координат и этой прямой.

Вариант Б1 / Вариант Б2

1. Напишите уравнение прямой, проходящей через точки

Б1: $A(0; 1)$, $B(2; 3)$. Б2: $A(0; 2)$, $B(1; 1)$.

2. Прямые заданы уравнениями

Б1: $3x + 2y - 9 = 0$, $y + 3 = 0$. Б2: $x - 2y + 3 = 0$, $x - 2 = 0$.

а) Начертите эти прямые в одной системе координат.

б) Найдите координаты точки пересечения этих прямых.

в) Найдите площадь треугольника, образованными этими прямыми и

Б1: осью ординат. Б2: осью абсцисс.

Вариант В1 / Вариант В2

1. Напишите уравнение прямой, проходящей через точки

В1: $A(-3; 5)$, $B(6; 2)$. В2: $A(-3; 4)$, $B(6; -2)$.

2. Прямые заданы уравнениями

В1: $3x + 4y - 5 = 0$, $3x - 4y - 13 = 0$, $x + 1 = 0$.

В2: $4x - 3y + 11 = 0$, $4x + 3y + 5 = 0$, $x - 1 = 0$.

а) Начертите эти прямые в одной системе координат.

б) Найдите координаты точек пересечения этих прямых.

в) Найдите площадь треугольника, образованного этими прямыми.

К-1. МЕТОД КООРДИНАТ

Вариант А1 | **Вариант А2**

Даны точки

$A(0; -3)$, $B(-1; 0)$, $C(5; 2)$. | $A(-1; 0)$, $B(0; 3)$, $C(6; 1)$.

1. а) Найдите координаты и длину вектора $\overline{AB}$.

   б) Разложите вектор $\overline{AB}$ по координатным векторам $\overline{i}$ и $\overline{j}$.

2. а) Напишите уравнение окружности с центром в точке A и радиусом AB.

   б) Принадлежит ли этой окружности точка

   $D(6; -1)$? | $D(5; -2)$?

3. Напишите уравнение прямой AB.

4. а) Докажите, что векторы $\overline{AB}$ и $\overline{CD}$ коллинеарны.

   б) Докажите, что $ABCD$ — прямоугольник.

Вариант Б1 | **Вариант Б2**

Даны точки

$A(-2; 0)$, $B(2; 2)$, $C(4; -2)$, $D(0; -4)$. | $A(0; 4)$, $B(4; 2)$, $C(2; -2)$, $D(-2; 0)$.

1. а) Найдите координаты и длину вектора $\overline{a} = \overline{AB} + 3\overline{AD} - \frac{1}{2}\overline{CA}$.

б) Разложите вектор $\overline{a}$ по координатным векторам $\overline{i}$ и $\overline{j}$.

2. а) Напишите уравнение окружности с диаметром AB.
   б) Выясните взаимное расположение окружности и точек C и D.

3. Напишите уравнение прямой

BD. | AC.

4. Докажите, что $ABCD$ — квадрат.

Вариант В1 | **Вариант В2**

Даны точки

$A(2;\ 3)$, $B(-2;\ 0)$, $C(2;\ -3)$. | $A(-2;\ 3)$, $B(2;\ 0)$, $C(-2;\ -3)$.

1. Разложите вектор $\overline{BO}$ (O — начало координат) по векторам $\overline{AB}$ и $\overline{CB}$.

2*. Напишите уравнение окружности, описанной около треугольника ABC.

3. Напишите уравнение прямой, содержащей медиану CM треугольника ABC.

4. Две противоположных вершины квадрата находятся в точках A и C. Найдите координаты двух других вершин этого квадрата.

С-5. СИНУС, КОСИНУС, ТАНГЕНС УГЛА

Вариант А1 | **Вариант А2**

1. Найдите $\sin\alpha$, если

$\cos\alpha = -\dfrac{1}{2}$. | $\sin\alpha = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

2. Постройте угол A, если

$\cos A = \dfrac{3}{5}$. | $\cos A = \dfrac{5}{12}$.

3. Упростите выражения:

а) $(1 - \cos\alpha)(1 + \cos\alpha)$;
б) $1 + \sin^2\alpha - \cos^2\alpha$;
в) $(\operatorname{tg}\alpha \cdot \cos\alpha)^2 - 1$.

а) $(1 - \sin\alpha)(1 + \sin\alpha)$;
б) $1 + \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$;
в) $\left(\dfrac{\sin\alpha}{\operatorname{tg}\alpha}\right)^2 - 1$.

Вариант Б1

1. Найдите $\cos\alpha$, если

$\sin\alpha = \dfrac{24}{25}$.

2. Постройте угол A, если

$\cos A = -\dfrac{3}{5}$.

3. Упростите выражения:

а) $(\cos\alpha + \sin\alpha)(\cos\alpha - \sin\alpha) + 2\sin^2\alpha$;
б) $\dfrac{\cos^2\alpha - 1}{\cos\alpha\sin\alpha}$;
в) $\sin\alpha\cos\alpha\operatorname{tg}\alpha + \cos^2\alpha$.

Вариант Б2

1. Найдите $\cos\alpha$, если

$\cos\alpha = \dfrac{40}{41}$.

2. Постройте угол A, если

$\cos A = -\dfrac{5}{12}$.

3. Упростите выражения:

а) $(\sin\alpha - \cos\alpha)(\sin\alpha + \cos\alpha) + 2\cos^2\alpha$;
б) $\dfrac{\cos\alpha\sin\alpha}{\sin^2\alpha - 1}$;
в) $\operatorname{tg}^2\alpha\cos^2\alpha + \cos^2\alpha$.

Вариант В1

1. Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если

$\sin\alpha = \dfrac{3}{5}$.

2. Постройте угол A, если

$\sin A = \dfrac{3}{5}$.

3. Упростите выражения:

а) $2\sin^2\alpha + \cos^4\alpha - \sin^4\alpha$;
б) $\dfrac{\cos^3\alpha - \sin^3\alpha}{\cos\alpha - \sin\alpha} - \cos\alpha\sin\alpha$;
в) $\dfrac{1}{\cos^2\alpha} - \cos^2\alpha - \operatorname{tg}^2\alpha$.

Вариант В2

1. Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если

$\cos\alpha = \dfrac{5}{12}$.

2. Постройте угол A, если

$\sin A = \dfrac{5}{12}$.

3. Упростите выражения:

а) $2\cos^2\alpha + \sin^4\alpha - \cos^4\alpha$;
б) $\dfrac{\cos^3\alpha + \sin^3\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha} + \cos\alpha\sin\alpha$;
в) $\dfrac{1}{\cos^2\alpha} - \operatorname{tg}^2\alpha - \sin^2\alpha$.

С-6. ТЕОРЕМА О ПЛОЩАДИ ТРЕУГОЛЬНИКА. ТЕОРЕМА СИНУСОВ

Вариант А1

1.
В треугольнике ABC $AB = 6\sqrt{3}$ см, $AC = 8$ см, $\angle A = 60°$. Найдите площадь этого треугольника.

2.
Две стороны треугольника равны 7 см и $\sqrt{98}$ см, а угол, противолежащий большей из них, равен 45°. Найдите другие углы этого треугольника.

3.
Сторона треугольника равна 18 см, а радиус описанной окружности — $6\sqrt{3}$ см. Найдите угол, противолежащий данной стороне. Сколько решений имеет задача?

Вариант А2

1.
В треугольнике ABC $AC = 8$ см, $BC = 11\sqrt{2}$ см, $\angle C = 45°$. Найдите площадь этого треугольника.

2.
Две стороны треугольника равны 6 см и $4\sqrt{3}$ см, а угол, противолежащий меньшей из них, равен 60°. Найдите другие углы треугольника.

3.
Диаметр окружности равен 12 см, а сторона вписанного треугольника — $6\sqrt{2}$ см. Найдите угол, противолежащий данной стороне. Сколько решений имеет задача?

Вариант Б1

1.
Две стороны треугольника равны 17 см и 8 см, а косинус угла между ними равен $\frac{15}{17}$. Найдите площадь этого треугольника.

2.
Сторона треугольника равна $5\sqrt{6}$ см, а углы, прилежащие к ней, — 15° и 45°. Найдите среднюю сторону этого треугольника.

3.
Радиус описанной окружности равен стороне треугольника и в $\sqrt{2}$ раз больше другой стороны. Найдите углы треугольника. Сколько решений имеет задача?

Вариант Б2

1.
Две стороны треугольника равны 20 см и 14 см, а косинус угла между ними равен $-\frac{4}{5}$. Найдите площадь этого треугольника.

2.
Наименьшая сторона треугольника равна $7\sqrt{2}$ см, а два угла треугольника равны 105° и 45°. Найдите среднюю сторону этого треугольника.

3.
Две стороны треугольника и радиус описанной окружности относятся соответственно как $\sqrt{3}:\sqrt{2}:1$. Найдите углы треугольника. Сколько решений имеет задача?

Вариант В1

1.
Две стороны треугольника равны $7\sqrt{3}$ см и 12 см, а биссектрисы при третьей стороне пересекаются под углом 30°. Найдите площадь треугольника.

2.
Два угла треугольника равны 30° и 135°, а разность противолежащих сторон равна $5(\sqrt{2}-1)$ см. Найдите эти стороны.

3.
В треугольнике ABC проведена медиана BM. $\angle ABC = 75°$, $\angle MBC = 45°$. Радиус окружности, описанной около треугольника MBC, равен $\sqrt{2}$ см. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABM.

Вариант В2

1.
Две стороны треугольника равны $5\sqrt{3}$ см и 6 см, а высоты, проведенные к этим сторонам, пересекаются под углом 60°. Найдите площадь треугольника.

2.
Два угла треугольника равны 45° и 120°, а сумма противолежащих им сторон равна $3(\sqrt{6}+2)$ см. Найдите эти стороны.

3.
В треугольнике ABC проведена медиана BM. $\angle ABC = 105°$, $AC = 12\sqrt{2}$ см. Радиус окружности, описанной около треугольника MBC, равен $2\sqrt{6}$ см. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABM.

С-7. ТЕОРЕМА КОСИНУСОВ. РЕШЕНИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Вариант А1

1.
В треугольнике две стороны равны 5 см и 16 см, а угол между ними — 120°. Найдите третью сторону треугольника.

2.
Угол параллелограмма равен 45°, а стороны — $7\sqrt{2}$ см и 17 см. Найдите площадь параллелограмма и его большую диагональ.

Вариант А2

1.
В треугольнике две стороны равны 5 см и 21 см, а угол между ними — 60°. Найдите третью сторону треугольника.

2.
Угол параллелограмма равен 150°, а стороны — 11 см и $3\sqrt{3}$ см. Найдите площадь параллелограмма и его меньшую диагональ.

3.
Решите треугольник ABC, если $BC = 10\sqrt{3}$ см, $AB = 20$ см, $\angle B = 30°$.

3.
Решите треугольник ABC, если $BC = 4\sqrt{2}$ см, $AC = 7$ см, $\angle C = 45°$.

Вариант Б1

1.
Стороны треугольника равны 7 см, 37 см и 40 см. Найдите угол, противолежащий средней стороне треугольника.

2.
В параллелограмме биссектриса тупого угла, равного 120°, делит сторону параллелограмма на отрезки 15 см и 10 см, начиная от вершины острого угла. Найдите биссектрису и большую диагональ параллелограмма.

3.
Решите треугольник ABC, если $BC = 5\sqrt{2}$ см, $AC = 7$ см, $\angle C = 135°$.

Вариант Б2

1.
Стороны треугольника равны 7 см, 13 см и 15 см. Найдите угол, противолежащий средней стороне треугольника.

2.
В параллелограмме биссектриса острого угла, равного 60°, делит сторону параллелограмма на отрезки 25 см и 15 см, начиная от вершины тупого угла. Найдите биссектрису и меньшую диагональ параллелограмма.

3.
Решите треугольник ABC, если $AC = 3\sqrt{2}$ см, $AB = 2$ см, $\angle A = 150°$.

Вариант В1

1.
Найдите угол треугольника, если биссектриса, проведенная из вершины этого угла, делит противолежащую сторону на отрезки 21 см и 35 см, а разность двух других сторон равна 16 см.

2.
Найдите углы параллелограмма, если квадрат его диагонали равен неполному квадрату разности его сторон.

3.
Решите треугольник ABC, если $BC = 25$ см, $AC = 20\sqrt{2}$ см, $\angle A = 45°$.

Вариант В2

1.
Периметр треугольника равен 30 см. Найдите угол, противолежащий стороне, равной 14 см, если биссектриса треугольника делит ее в отношении 3:5.

2.
Найдите углы параллелограмма, если квадрат его диагонали равен неполному квадрату суммы его сторон.

3.
Решите треугольник ABC, если $BC = 8\sqrt{3}$ см, $AC = 7$ см, $\angle B = 30°$.

С-8. СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ ВЕКТОРОВ

Вариант А1

1. Найдите скалярное произведение векторов $\overline{a}$ и $\overline{b}$, если

а) $|\overline{a}| = 3$, $|\overline{b}| = 2$, $\angle(\overline{a}, \overline{b}) = 135°$;

б) $\overline{a}\{2; -3\}$, $\overline{b}\{-4; 2\}$.

2. Найдите косинус угла между векторами $\overline{a}$ и $\overline{b}$, если

$\overline{a}\{7; 24\}$, $\overline{b}\{7; 0\}$.

3. Вычислите

$|\overline{a} + \overline{b}|$, если известно, что $|\overline{a}| = |\overline{b}| = 1$, $\angle(\overline{a}, \overline{b}) = 30°$.

4. Докажите, что векторы $\overline{BA}$ и $\overline{BC}$ перпендикулярны, если

$A(0; 1)$, $B(2; -1)$, $C(4; 1)$.

Вариант А2

1. Найдите скалярное произведение векторов $\overline{a}$ и $\overline{b}$, если

а) $|\overline{a}| = 4$, $|\overline{b}| = 3$, $\angle(\overline{a}, \overline{b}) = 120°$;

б) $\overline{a}\{-4; 1\}$, $\overline{b}\{3; -1\}$.

2. Найдите косинус угла между векторами $\overline{a}$ и $\overline{b}$, если

$\overline{a}\{0; -4\}$, $\overline{b}\{20; -15\}$.

3. Вычислите

$|\overline{a} - \overline{b}|$, если известно, что $|\overline{a}| = |\overline{b}| = 1$, $\angle(\overline{a}, \overline{b}) = 45°$.

4. Докажите, что векторы $\overline{BA}$ и $\overline{BC}$ перпендикулярны, если

$A(0; 1)$, $B(2; 3)$, $C(-1; 6)$.

Вариант Б1

1. Найдите скалярное произведение векторов $\overline{a}$ и $\overline{b}$, если

а) $\overline{a}\left\{-\sqrt{7}; 1\right\}$, $|\overline{b}| = 3$, $\angle(\overline{a}, \overline{b}) = 45°$;

б) $\overline{a} = \overline{m} + 2\overline{n}$, $\overline{b} = 2\overline{n} - \overline{m}$, $|\overline{m}| = 3$, $|\overline{n}| = 2$.

2. Найдите косинус угла между векторами $\overline{a}$ и $\overline{b}$, если

$\overline{a} = \overline{c} - \overline{d}$, $\overline{b} = \overline{c} + 2\overline{d}$, $|\overline{c}| = |\overline{d}| = 1$, $\angle(\overline{c}, \overline{d}) = 90°$.

Вариант Б2

1. Найдите скалярное произведение векторов $\overline{a}$ и $\overline{b}$, если

а) $|\overline{a}| = 2$, $\overline{b}\left\{-2; 2\sqrt{2}\right\}$, $\angle(\overline{a}, \overline{b}) = 30°$;

б) $\overline{a} = \overline{p} - 3\overline{k}$, $\overline{b} = 3\overline{k} + \overline{p}$, $|\overline{k}| = 2$, $|\overline{p}| = 1$.

2. Найдите косинус угла между векторами $\overline{a}$ и $\overline{b}$, если

$\overline{a} = \overline{c} + \overline{d}$, $\overline{b} = \overline{c} - 2\overline{d}$, $|\overline{c}| = |\overline{d}| = 1$, $\angle(\overline{c}, \overline{d}) = 90°$.

3. Вычислите

$\left|2\overline{a}-\overline{b}\right|$, если известно, что $\left|\overline{a}\right|=1$, $\left|\overline{b}\right|=3\sqrt{3}$, $\angle\left(\overline{a},\overline{b}\right)=150°$.

$\left|\overline{a}-2\overline{b}\right|$, если известно, что $\left|\overline{a}\right|=4$, $\left|\overline{b}\right|=2$, $\angle\left(\overline{a},\overline{b}\right)=120°$.

4. Найдите значение *m*, при котором векторы $\overline{a}$ и $\overline{b}$ перпендикулярны, если

$\overline{a}\{m;\ -8\}$, $\overline{b}\{4;\ 3\}$.

$\overline{a}\{-2;\ 1\}$, $\overline{b}\{9;\ m\}$.

Вариант В1

1. Найдите скалярное произведение векторов $\overline{a}$ и $\overline{b}$, если

а) $\overline{a}=2\overline{m}-3\overline{n}$, $\overline{b}=\overline{m}+2\overline{n}$, $\left|\overline{m}\right|=4$, $\left|\overline{n}\right|=1$, $\angle\left(\overline{m},\ \overline{n}\right)=135°$;

б) $\overline{a}\left(2\overline{a}-\overline{b}\right)=8$, $\left|\overline{a}\right|=2$.

2. Найдите угол между единичными векторами $\overline{a}$ и $\overline{b}$, если известно, что векторы

$\overline{a}-3\overline{b}$ и $\overline{a}-0{,}2\overline{b}$ перпендикулярны.

3. Найдите координаты вектора $\overline{a}$, коллинеарного вектору $\overline{b}$, если

$\overline{b}\{1;\ -2\}$, $\overline{a}\cdot\overline{b}=10$.

4. Даны векторы $\overline{a}\ \{1;\ 4\}$ и $\overline{b}\ \{-3;\ 2\}$. Найдите значение λ, при котором вектор $\overline{a}+\lambda\overline{b}$ перпендикулярен

вектору $\overline{b}$.

Вариант В2

1. Найдите скалярное произведение векторов $\overline{a}$ и $\overline{b}$, если

а) $\overline{a}=2\overline{m}+3\overline{n}$, $\overline{b}=\overline{m}-2\overline{n}$, $\left|\overline{m}\right|=1$, $\left|\overline{n}\right|=3$, $\angle\left(\overline{m},\ \overline{n}\right)=150°$;

б) $\left(\overline{a}+2\overline{b}\right)\overline{b}=18$, $\left|\overline{b}\right|=3$.

2. Найдите угол между единичными векторами $\overline{a}$ и $\overline{b}$, если известно, что векторы

$0{,}4\overline{a}-2\overline{b}$ и $3\overline{a}-\overline{b}$ перпендикулярны.

3. Найдите координаты вектора $\overline{a}$, коллинеарного вектору $\overline{b}$, если

$\overline{b}\{2;\ -1\}$, $\overline{a}\cdot\overline{b}=15$.

4. Даны векторы $\overline{a}\ \{1;\ 4\}$ и $\overline{b}\ \{-3;\ 2\}$. Найдите значение λ, при котором вектор $\overline{a}+\lambda\overline{b}$ перпендикулярен

вектору $\overline{a}$.

К-2. СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ ТРЕУГОЛЬНИКА

Вариант А1

1.
Угол параллелограмма равен $120°$, большая диагональ — 14 см, а одна из сторон — 10 см. Найдите периметр и площадь параллелограмма.

2.
Решите треугольник ABC, если $\angle A = 45°$, $\angle B = 75°$, $AB = 2\sqrt{3}$ см.

3.
Даны точки $A(0;\ 0)$, $B(2;\ 2)$, $C(5;\ -1)$. Найдите скалярное произведение $\overline{AC} \cdot \overline{CB}$. Докажите, что треугольник ABC — прямоугольный.

Вариант А2

1.
Угол параллелограмма равен $60°$, меньшая диагональ — 7 см, а одна из сторон — 5 см. Найдите периметр и площадь параллелограмма.

2.
Решите треугольник ABC, если $\angle B = 30°$, $\angle C = 105°$, $AC = 4$ см.

3.
Даны точки $A(0;\ 0)$, $B(1;\ -1)$, $C(4;\ 2)$. Найдите скалярное произведение $\overline{BC} \cdot \overline{AC}$. Докажите, что треугольник ABC — прямоугольный.

Вариант Б1

1.
Угол параллелограмма равен $120°$, стороны относятся как 5:8, а меньшая диагональ равна 14 см. Найдите большую диагональ и площадь параллелограмма.

2.
Решите треугольник ABC, если $AB = 7\sqrt{3}$ см, $BC = 1$ см, $\angle B = 150°$.

3.
Даны точки $A(0;\ 0)$, $B(2;\ 2)$, $C(5;\ 1)$. Найдите скалярное произведение $\overline{AB}\left(\overline{BC} - \overline{CA}\right)$. Докажите, что треугольник ABC — тупоугольный.

Вариант Б2

1.
Угол параллелограмма равен $60°$, разность сторон равна 4 см, а большая диагональ равна 14 см. Найдите меньшую диагональ и площадь параллелограмма.

2.
Решите треугольник ABC, если $BC = 6\sqrt{2}$ см, $AC = 2$ см, $\angle C = 135°$.

3.
Даны точки $A(0;\ 0)$, $B(2;\ 1)$, $C(1;\ -1)$. Найдите скалярное произведение $\overline{AC}\left(\overline{BC} - \overline{AB}\right)$. Докажите, что треугольник ABC — остроугольный.

Вариант В1

1.
Площадь параллелограмма с углом 60° равна $210\sqrt{3}$ см^2, а периметр — 88 см. Найдите диагонали параллелограмма.

2.
Решите треугольник ABC, если $BC = 8$ см, $AC = 7$ см, $\angle B = 60°$.

3.
Даны точки $A(3; -2)$, $B(1; 4)$, $C(-1; k)$.
а) Найдите
$\overline{AB}\left(\overline{AC} - \overline{BC}\right) + \overline{BC}\left(\overline{CB} - \overline{AB} + \overline{AC}\right)$.
б) При каких значениях k векторы $\overline{AC}$ и $\overline{BC}$ перпендикулярны?

Вариант В2

1.
Площадь параллелограмма с углом 120° равна $40\sqrt{3}$ см^2, а разность двух его сторон — 11 см. Найдите диагонали параллелограмма.

2.
Решите треугольник ABC, если $AB = 4\sqrt{2}$ см, $BC = 5$ см, $\angle A = 45°$.

3.
Даны точки $A(2; -3)$, $B(-1; 2)$, $C(k; 1)$.
а) Найдите
$\overline{AB}\left(\overline{AC} - \overline{BC}\right) + \overline{BC}\left(\overline{CB} - \overline{AB} + \overline{AC}\right)$.
б) При каких значениях k векторы $\overline{AC}$ и $\overline{BC}$ перпендикулярны?

С-9. ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ

Вариант А1

1.
Найдите углы правильного восьмиугольника.

2.
В окружность вписаны правильные треугольник и четырехугольник. Периметр треугольника равен $6\sqrt{6}$ см. Найдите периметр четырехугольника.

3.
Найдите площадь правильного треугольника, если радиус описанной около него окружности равен 7 см.

Вариант А2

1.
Найдите углы правильного двенадцатиугольника.

2.
Около окружности описаны правильные треугольник и четырехугольник. Периметр треугольника равен $9\sqrt{3}$ см. Найдите периметр четырехугольника.

3.
Найдите площадь правильного треугольника, если радиус вписанной в него окружности равен 4 см.

Вариант Б1

1.
Сколько сторон имеет правильный многоугольник, если каждый его угол равен 144°?

2.
Периметр правильного треугольника, вписанного в окружность, на $3\sqrt{3}$ см меньше периметра правильного шестиугольника, описанного около этой окружности. Найдите радиус окружности.

3.
Докажите, что площадь правильного шестиугольника можно вычислить по формуле $S = 2\sqrt{3}r^2$, где r — радиус вписанной окружности.

Вариант Б2

1.
Сколько сторон имеет правильный многоугольник, если каждый его угол равен 156°?

2.
Периметр правильного четырехугольника, описанного около окружности, на 6 см больше периметра правильного шестиугольника, вписанного в эту окружность. Найдите радиус окружности.

3.
Докажите, что площадь правильного шестиугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{3\sqrt{3}}{2}R^2$, где R — радиус описанной окружности.

Вариант В1

1.
Сколько сторон имеет правильный многоугольник, если внешний угол меньше внутреннего в 11 раз?

2.
Докажите, что сторона правильного восьмиугольника вычисляется по формуле $a_8 = R\sqrt{2 - \sqrt{2}}$, где R — радиус описанной окружности.

3.
Докажите, что площадь правильного восьмиугольника со стороной a вычисляется по формуле $S = a^2\left(\sqrt{2} + 1\right)$.

Вариант В2

1.
Сколько сторон имеет правильный многоугольник, если его внутренний угол относится к внешнему, как 13:2?

2.
Докажите, что сторона правильного двенадцатиугольника вычисляется по формуле $a_{12} = R\sqrt{2 - \sqrt{3}}$, где R — радиус описанной окружности.

3.
Докажите, что площадь правильного двенадцатиугольника со стороной a вычисляется по формуле $S = 3a^2\left(2 + \sqrt{3}\right)$.

С-10. ДЛИНА ОКРУЖНОСТИ, ПЛОЩАДЬ КРУГА, ПЛОЩАДЬ КРУГОВОГО СЕКТОРА

Вариант А1

1.

Площадь квадрата равна S. Найдите:

а) длину вписанной окружности;

б) длину дуги, заключенной между двумя соседними точками касания;

в) площадь части квадрата, лежащей вне вписанной окружности.

2.

Длина дуги окружности радиуса 10 см равна 4π см. Найдите площадь соответствующего кругового сектора.

3.

Катеты прямоугольного треугольника равны 15 см и 20 см. Найдите длину окружности, диаметром которой является высота, проведенная к гипотенузе.

Вариант А2

1.

Площадь квадрата равна S. Найдите:

а) длину описанной окружности;

б) длину дуги, стягиваемой стороной квадрата;

в) площадь части описанного круга, лежащей вне квадрата.

2.

Площадь кругового сектора окружности радиуса 6 см равна 9π см^2. Найдите длину соответствующей дуги.

3.

Катеты прямоугольного треугольника равны 12 см и 16 см. Найдите длину окружности, диаметром которой является медиана, проведенная к гипотенузе.

Вариант Б1

1.

Площадь треугольника равна S. Найдите:

а) длину вписанной окружности;

б) длину дуги, заключенной между двумя соседними точками касания;

в) площадь части треугольника, лежащей вне вписанной окружности.

Вариант Б2

1.

Площадь треугольника равна S. Найдите:

а) длину описанной окружности;

б) длину дуги, стягиваемой стороной треугольника;

в) площадь части описанного круга, лежащей вне треугольника.

2.

Угол при основании равнобедренного треугольника равен 80°, а на проведенной к основанию высоте длиной 18 см как на диаметре построена окружность. Найдите длину дуги окружности, заключенной внутри треугольника.

3.

Площадь кругового сектора равна 6π см^2, а радиус окружности — 4 см. Найдите длину хорды, стягивающей дугу этого сектора.

2.

На высоте равностороннего треугольника со стороной $4\sqrt{3}$ см как на диаметре построена окружность. Найдите длину дуги окружности, расположенной вне треугольника.

3.

Хорда длиной $3\sqrt{2+\sqrt{2}}$ см стягивает дугу, градусная мера которой равна 135°. Найдите площадь кругового сектора, соответствующего этой дуге.

Вариант В1

1.

Площадь правильного восьмиугольника равна S.
Найдите :

а) длину описанной окружности;
б) длину дуги, стягиваемой стороной многоугольника;
в) площадь части многоугольника, лежащей вне вписанной окружности.

2.

В прямоугольном треугольнике с гипотенузой $4\sqrt{3}$ см и острым углом 30° на большем катете как на диаметре построен круг. Найдите площадь части круга, отсекаемой гипотенузой и расположенной вне треугольника.

3.

Площадь кругового сектора равна 6π см^2, а длина дуги — 2π см. Найдите длину окружности, вписанной в этот сектор.

Вариант В2

1.

Площадь правильного двенадцатиугольника равна S.
Найдите :

а) длину описанной окружности;
б) длину дуги, стягиваемой стороной многоугольника;
в) площадь части описанного круга, лежащей вне многоугольника.

2.

В прямоугольном треугольнике с гипотенузой $4\sqrt{3}$ см и острым углом 30° на меньшем катете как на диаметре построен круг. Найдите площадь части круга, расположенной внутри треугольника.

3.

Радиус окружности, вписанной в круговой сектор, в 3 раза меньше радиуса сектора. Найдите длину окружности, вписанной в сектор, если площадь сектора равна 24π см^2.

К-3. ДЛИНА ОКРУЖНОСТИ И ПЛОЩАДЬ КРУГА

Вариант А1

1.
Внешний угол правильного многоугольника на 150° меньше его внутреннего угла. Найдите периметр этого многоугольника, если его сторона равна 6 см.

2.
Длина окружности, описанной около правильного треугольника, равна 16π см. Найдите длину вписанной в этот треугольник окружности.

3.
Центральный угол окружности длиной 30π см равен 84°. Найдите:
а) длину дуги, на которую опирается этот угол;
б) площадь сектора, ограниченного этой дугой.

Вариант А2

1.
Внешний угол правильного многоугольника в 4 раза меньше его внутреннего угла. Найдите периметр этого многоугольника, если его сторона равна 6 см.

2.
Площадь круга, вписанного в правильный треугольник, равна 16π см^2. Найдите площадь описанного около этого треугольника круга.

3.
Вписанный угол окружности длиной 36π см равен 35°. Найдите:
а) длину дуги, на которую опирается этот угол;
б) площадь сектора, ограниченного этой дугой.

Вариант Б1

1.
Сумма внешних углов правильного многоугольника в 3,5 раза меньше суммы его внутренних углов. Найдите сторону правильного многоугольника, если его периметр равен 144 см.

2.
Сумма длин вписанной и описанной окружностей правильного треугольника равна $7\sqrt{3}\pi$ см. Найдите периметр треугольника.

3.
Длина дуги, стягиваемой хордой, равна 30π см, а угол, образованный этой хордой и радиусом, прове-

Вариант Б2

1.
Сумма внутренних углов правильного многоугольника на 720° больше суммы его внешних углов. Найдите сторону правильного многоугольника, если его периметр равен 144 см.

2.
Разность длин описанной и вписанной окружностей правильного треугольника равна $2\sqrt{3}\pi$ см. Найдите площадь треугольника.

3.
Угол между двумя радиусами в 4 раза больше, чем угол между хордой, стягивающей концы этих радиусов, и одним

денным через ее конец, равен 15°. Найдите площадь сектора, ограниченного этой дугой.

из радиусов. Найдите длину меньшей из дуг, стягиваемых этой хордой, если площадь сектора, ограниченного этой дугой, равна 48π см^2.

Вариант В1

1.
Сумма четырех внутренних и шести внешних углов правильного многоугольника равна 768°. Найдите количество сторон этого многоугольника.

2.
Длина окружности, описанной около правильного многоугольника, в $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ раз больше длины окружности, вписанной в этот многоугольник. Найдите площадь многоугольника, если его периметр равен 12 см.

3.
Радиус окружности равен 2 см. Угол между радиусом и хордой на 45° меньше, чем угол между этим же радиусом и перпендикуляром, проведенным из центра окружности к этой хорде. Найдите площадь фигуры, ограниченной данной хордой и меньшей из стягиваемых ею дуг.

Вариант В2

1.
Сумма двух внутренних и семи внешних углов правильного многоугольника равна 435°. Найдите количество сторон этого многоугольника.

2.
Площадь вписанного в правильный многоугольник круга в 4 раза меньше площади круга, описанного около многоугольника. Найдите периметр многоугольника, если его площадь равна $4\sqrt{3}$ см^2.

3.
Радиус окружности равен 2 см. В треугольнике, образованном двумя радиусами и хордой, углы относятся как 3:2:3. Найдите площадь фигуры, ограниченной этой хордой и большей из стягиваемых ею дуг.

С-11. ПОНЯТИЕ ДВИЖЕНИЯ

Вариант А1

1.
Даны точки $A(1; 4)$ и $B(-3; -4)$. Постройте фигуру, симметричную отрезку AB относительно
а) оси Ox;
б) точки $C(-1; 0)$.

Вариант А2

1.
Даны точки $A(4; 4)$ и $B(-6; -1)$. Постройте фигуру, симметричную отрезку AB относительно
а) оси Oy;
б) точки $C(0; 2)$.

2.
Сколько осей симметрии имеет равносторонний треугольник? Ответ подтвердите чертежом.

3.
Докажите, что при центральной симметрии плоскости относительно середины отрезка этот отрезок отображается на себя.

2.
Сколько осей симметрии имеет квадрат? Ответ подтвердите чертежом.

3.
Докажите, что при осевой симметрии отрезок, перпендикулярный оси и делящийся ею пополам, отображается на себя.

Вариант Б1

1.
Дан прямоугольник $ABCD$. Постройте фигуру, на которую отображается этот прямоугольник:
а) при центральной симметрии с центром в точке A;
б) при осевой симметрии с осью BD.

2.
Сколько осей симметрии имеет ромб, не являющийся квадратом? Ответ проиллюстрируйте чертежом.

3.
Докажите, что при движении перпендикулярные прямые отображаются на перпендикулярные прямые.

Вариант Б2

1.
Дан прямоугольник $ABCD$. Постройте фигуру, на которую отображается этот прямоугольник:
а) при центральной симметрии с центром в точке C;
б) при осевой симметрии с осью AB.

2.
Сколько осей симметрии имеет прямоугольник, не являющийся квадратом? Ответ проиллюстрируйте чертежом.

3.
Докажите, что при движении пересекающиеся прямые отображаются на пересекающиеся прямые.

Вариант В1

1.
Дана окружность с центром в точке O и диаметром AB. Постройте фигуру, на которую отображается данная окружность:
а) при центральной симметрии с центром в точке M, если M — середина AO.
б) при осевой симметрии с осью CD, $CD \perp AB$, $CD = \frac{1}{2}AB$.

Вариант В2

1.
Дана окружность с центром в точке O и диаметром AB. Постройте фигуру, на которую отображается данная окружность:
а) при центральной симметрии с центром в точке M, если $AM:MB = 3:1$.
б) при осевой симметрии с осью CD, $CD \perp AB$, $CD = \frac{AB}{\sqrt{2}}$.

2.
Дан равносторонний треугольник ABC. Постройте фигуру, в которую он переходит при симметрии относительно прямой BC. Можно ли получить ту же фигуру с помощью центральной симметрии? Если да, укажите центр симметрии.

3.
Используя понятие движения, докажите, что два ромба равны, если сторона и острый угол одного ромба соответственно равны стороне и острому углу второго ромба.

2.
Дан равносторонний треугольник ABC. Постройте фигуру, в которую он переходит при симметрии относительно точки B. Можно ли получить ту же фигуру с помощью осевой симметрии? Если да, укажите ось симметрии.

3.
Используя понятие движения, докажите, что два ромба равны, если диагонали одного ромба равны диагоналям второго ромба.

С-12. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС И ПОВОРОТ

Вариант А1

1.
Дан квадрат $ABCD$, O — точка пересечения диагоналей. Постройте фигуру, которая получается из этого квадрата параллельным переносом на вектор $\overline{AO}$.

2.
Дана окружность с центром в точке O. Постройте диаметр A_1B_1, который получается из диаметра AB поворотом вокруг точки O на угол $135°$ по часовой стрелке.

3.
В равностороннем треугольнике ABC точки M, N и K — середины сторон AB, BC и AC соответственно. Докажите, что при повороте вокруг центра треугольника на $120°$ по часовой стрелке средняя линия MN перейдет в среднюю линию NK.

Вариант А2

1.
Дан квадрат $ABCD$, O — точка пересечения диагоналей. Постройте фигуру, которая получается из этого квадрата параллельным переносом на вектор $\overline{OC}$.

2.
Дана окружность с центром в точке O. Постройте хорду C_1D_1, которая получается из хорды CD поворотом вокруг точки O на угол $120°$ против часовой стрелки.

3.
В равностороннем треугольнике ABC точки M, N и K — середины сторон AB, BC и AC соответственно. Докажите, что при повороте вокруг центра треугольника на $120°$ против часовой стрелки отрезок AK перейдет в отрезок BM.

Вариант Б1

1.

Дан параллелограмм $ABCD$. Известно, что при параллельном переносе точка A перешла в точку B. В какую точку при таком переносе переходит точка D? Ответ объясните.

2.

Дан квадрат $ABCD$. Постройте фигуру, в которую он переходит при повороте на 90° по часовой стрелке вокруг точки C.

3.

Используя параллельный перенос, постройте трапецию по основанию и углам при одном из оснований.

Вариант Б2

1.

Дан параллелограмм $ABCD$. Известно, что при параллельном переносе точка B перешла в точку C. В какую точку при таком переносе переходит точка A? Ответ объясните.

2.

Дан квадрат $ABCD$. Постройте фигуру, в которую он переходит при повороте на 90° против часовой стрелки вокруг точки A.

3.

Используя параллельный перенос, постройте трапецию по основаниям и диагоналям.

Вариант В1

1.

Дан угол и точка A внутри него. Найдите на сторонах угла такие две точки, чтобы при параллельном переносе вершина отображалась на одну из них, и при этом другая точка отображалась на точку A.

2.

Дан квадрат $ABCD$. Постройте фигуру, в которую он переходит при повороте на 90° по часовой стрелке вокруг середины стороны BC.

3.

Используя параллельный перенос, постройте четырехугольник по длинам всех его сторон и углу между продолжениями двух несмежных сторон.

Вариант В2

1.

Дан угол и точка A внутри смежного с ним угла. Найдите на сторонах данного угла такие две точки, чтобы при параллельном переносе точка A отображалась на одну из них, а вершина угла — на другую.

2.

Дан квадрат $ABCD$. Постройте фигуру, в которую он переходит при повороте на 90° против часовой стрелки вокруг середины стороны AD.

3.

Используя параллельный перенос, постройте четырехугольник по длинам всех его сторон и разности углов при одной из сторон.

К-4. ДВИЖЕНИЕ

Вариант А1	Вариант А2

1. Даны точки

Вариант А1	Вариант А2
$A(-2; -1)$, $B(1; 2)$, $C(2; 0)$.	$A(1; -1)$, $B(3; 1)$, $C(0; 2)$.

Постройте на четырех различных чертежах:

а) отрезок A_1B_1, симметричный отрезку AB относительно точки C;

б) отрезок A_2C_2, симметричный отрезку AC относительно оси AB;

в) отрезок A_3B_3, который получается параллельным переносом отрезка AB на вектор AC;

г) отрезок A_4C_4, который получается поворотом отрезка AC вокруг точки B на 90° против часовой стрелки.

Укажите координаты точек A_1, B_1, A_2, C_2, A_3, B_3, A_4, C_4.

2. Каким условиям должны удовлетворять

Вариант А1	Вариант А2
два квадрата,	два равносторонних треугольника,

чтобы один из них можно было получить из другого при помощи параллельного переноса?

3. Докажите, что при повороте

Вариант А1	Вариант А2
правильного треугольника вокруг его центра на 240° треугольник отображается на себя.	квадрата вокруг точки пересечения его диагоналей на 270° квадрат отображается на себя.

Вариант Б1	Вариант Б2

1. Даны точки

Вариант Б1: $A(-1;\ 2)$, $B(4;\ 0)$, $C(-1;\ -2)$.

Вариант Б2: $A(3;\ -2)$, $B(-1;\ 0)$, $C(3;\ 2)$.

Постройте на четырех различных чертежах:

а) треугольник $A_1B_1C_1$, симметричный треугольнику ABC относительно точки $D(1;\ -1)$;

б) треугольник $A_2B_2C_2$, симметричный треугольнику ABC относительно биссектрисы первого и третьего координатных углов;

в) треугольник $A_3B_3C_3$, который получается параллельным переносом треугольника ABC на вектор $-\frac{1}{2}\overline{BC}$;

г) треугольник $A_4B_4C_4$, который получается поворотом треугольника ABC на 90° по часовой стрелке вокруг основания высоты BH.

Укажите координаты полученных точек.

2. Можно ли выполнить такой параллельный перенос, при котором прямая

Вариант Б1: $y = \frac{1}{2}x$ отображается на прямую $x - 2y + 4 = 0$? Ответ объясните.

Вариант Б2: $y = -\frac{1}{3}x$ отображается на прямую $x + 3y - 12 = 0$? Ответ объясните.

3. Докажите, что при повороте вокруг своего центра

Вариант Б1: на 80° правильный девятиугольник отображается на себя.

Вариант Б2: на 75° правильный двадцатичетырехугольник отображается на себя.

Вариант В1 | **Вариант В2**

1. Даны точки

Вариант В1: $A(-3;\ 4)$, $B(5;\ -2)$, $C(-3;\ -2)$.

Вариант В2: $A(-3;\ -4)$, $B(5;\ 2)$, $C(-3;\ 2)$.

Постройте на четырех различных чертежах:

а) треугольник $A_1B_1C_1$, симметричный треугольнику ABC относительно центра вписанной в треугольник ABC окружности;

б) треугольник $A_2B_2C_2$, симметричный треугольнику ABC относительно оси, содержащей биссектрису угла ACB;

в) треугольник $A_3B_3C_3$, который получается параллельным переносом треугольника ABC на вектор $\overline{AB} + \overline{CA}$;

г) треугольник $A_4B_4C_4$, который получается поворотом треугольника ABC на 270° по часовой стрелке вокруг точки пересечения прямых $x - 1 = 0$ и $y + 1 = 0$.

Укажите координаты полученных точек.

2. Можно ли выполнить такой параллельный перенос, при котором окружность

Вариант В1: $x^2 + y^2 = 17$ отображается на окружность $x^2 - 2x + 4y + y^2 - 12 = 0$? Ответ объясните.

Вариант В2: $x^2 + y^2 = 27$ отображается на окружность $y^2 + 6x + x^2 - 2y - 17 = 0$? Ответ объясните.

3.

Вариант В1: Отрезки AB и CD равны. Докажите, что можно выполнить такой поворот, при котором AB и CD совместятся.

Вариант В2: При некотором повороте точка A отображается на точку B, а точка C — на точку D. При каком значении угла поворота точки A, B, C, D лежат на одной прямой? Ответ обоснуйте.

К-5. ГОДОВАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Вариант А1

1.

Две стороны треугольника равны 9 см и 56 см, а угол между ними — 120°. Найдите периметр и площадь треугольника.

2.

Площадь квадрата, описанного около окружности, равна 16 см^2. Найдите площадь правильного треугольника, вписанного в эту же окружность.

Вариант А2

1.

Две стороны треугольника равны 13 см и 48 см, а угол между ними — 60°. Найдите периметр и площадь треугольника.

2.

Площадь квадрата, вписанного в окружность, равна 16 см^2. Найдите площадь правильного треугольника, описанного около этой же окружности.

3. В треугольнике *ABC*

А1: $AB = 17$ см, $AC = 15$ см, $BC = 8$ см.

А2: $AB = 25$ см, $AC = 24$ см, $BC = 7$ см.

Найдите:

а) $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$, $\overline{BA} \cdot \overline{BC}$, $\overline{CA} \cdot \overline{CB}$;

б) длину окружности, описанной около треугольника;

в) площадь круга, вписанного в треугольник.

Вариант Б1

1.

Две стороны треугольника равны 9 см и 21 см, а угол противолежащий большей из них, — 60°. Найдите периметр и площадь треугольника.

Вариант Б2

1.

Две стороны треугольника равны 33 см и 37 см, а угол противолежащий большей из них, — 120°. Найдите периметр и площадь треугольника.

2.
Сумма площадей правильного четырехугольника, описанного около окружности, и правильного треугольника, вписанного в эту окружность, равна $\left(64+12\sqrt{3}\right)$ см. Найдите длину окружности.

2.
Разность площадей правильного треугольника, описанного около окружности, и квадрата, вписанного в эту окружность, равна $\left(48\sqrt{3}-32\right)$ см. Найдите площадь круга, ограниченного этой окружностью.

3. В треугольнике ABC

$AB = BC = 20$ см, $AC = 24$ см. $AB = BC = 15$ см, $AC = 24$ см.

Найдите:

а) $\overline{AB}\cdot\overline{AC}$, $\overline{BA}\cdot\overline{BC}$, $\overline{CA}\cdot\overline{CB}$;

б) длину окружности, описанной около треугольника;

в) площадь круга, вписанного в треугольник.

Вариант В1

1.
Одна из сторон треугольника на 11 см больше другой, угол между ними равен 120°, а третья сторона равна 19 см. Найдите периметр и площадь треугольника.

2.
Разность сторон правильных треугольника и четырехугольника, вписанных в одну окружность, равна 2 см. Найдите периметр правильного шестиугольника, описанного около этой окружности.

Вариант В2

1.
Одна из сторон треугольника в 4,2 раза больше другой, угол между ними равен 60°, а третья сторона равна 19 см. Найдите периметр и площадь треугольника.

2.
Сумма сторон правильных треугольника и шестиугольника, описанных около одной окружности, равна 8 см. Найдите периметр квадрата, вписанного в эту окружность.

3. В трапецию $ABCD$ можно вписать окружность. Известно, что

$AB=CD=5$ см, $BC=2$ см, $AD=8$ см. $AB=CD=5$ см, $BC=1$ см, $AD=9$ см.

Найдите:

а) $\left(\overline{AC}-\overline{BC}\right)\cdot\overline{AD}$, $\left(\overline{DA}+\overline{BD}\right)\cdot\overline{BC}$;

б) длину окружности, вписанной в трапецию;

в) площадь круга, описанного около трапеции.

ОТВЕТЫ

АЛГЕБРА

К-1	А 1	А 2	Б 1	Б 2
1 а)	$(x-13)(x-2)$	$(x+2)(x+11)$	$-(x-1)(x-5)$	$-(x+3)(x-1)$
1 б)	$(y-1)(4y+7)$	$(y-1)(8y+3)$	$(x-2)(x-4)/2$	$(x-3)(x-6)/3$
2 а)	$(-\infty; -3) \cup (1; \infty)$; $(-3; 1)$	$(-\infty; -1) \cup (3; \infty)$; $(-1; 3)$	возр. $(-\infty; 1]$ уб. $[1; \infty)$	возр. $(-\infty; -2]$ уб. $[-2; \infty)$
2 б)	$(-6; 21)$; $(11; 140)$	$(-5; 32)$; $(10; 77)$	$(-1/2; 7/4)$; $(2; 3)$	$(-1/2; 27/4)$; $(2; -7)$
3 а)	$\frac{y+7}{y+2}$	$\frac{y+7}{y+6}$	$\frac{3x-1}{2x+1}$	$\frac{2x-1}{4x+1}$
4	$x = 1$; $y_{наиб} = 0$	$x = -3$; $y_{наиб} = 0$	$c = 10$	$c = 34$

	В 1	В 2
1	$\frac{a-b}{2a+b}$	$\frac{2a+b}{a-b}$
2	возр. $[-2; 0]$; $[2; \infty)$ уб. $(-\infty; -2]$; $[0; 2]$	возр. $[1; 2]$; $[3; \infty)$ уб. $(-\infty; 1]$; $[2; 3]$
3	$y = 4x$	$y = 3x$
4	2	-2
5	$a < 0, b > 0, c > 0, D > 0$	$a > 0, b > 0, c > 0, D < 0$

К-2	А 1	А 2	Б 1
1 а)	$(-2; 4)$	$(-6; 2)$	$(-\infty; -4) \cup (5; \infty)$
1 б)	$(-\infty; 1] \cup [1{,}5; \infty)$	$(-\infty; 1/3) \cup (1; \infty)$	$[-5; 2]$
1 в)	$(-1; 1)$	$(-\infty; -3) \cup (3; \infty)$	$(-\infty; -3] \cup [0; \infty)$
2 а)	$(-\infty; -3) \cup (5; \infty)$	$(-5; 3)$	$(-\infty; -1) \cup (1; 5)$
2 б)	$(-2; 6)$	$(-\infty; -3) \cup (1; \infty)$	$[-9; 0] \cup [9; \infty)$
3	$(-\infty; 0)$	$(0; \infty)$	$[-2; -1) \cup (0; 1)$
4	$[-4; 5]$	$(-6; 5)$	$(-\infty; -2] \cup (2; 3]$
5	$(3; 7)$	$(3; \infty)$	$(6; 8)$

	Б 2	В 1	В 2
1 а)	$(-3; 8)$	$(-\infty; 1) \cup (1{,}5; \infty)$	$(-\infty; -1) \cup (11/3; \infty)$
1 б)	$(-\infty; -6] \cup [3; \infty)$	$[-9; 9]$	$[-15; 15]$
1 в)	$(-\infty; -2] \cup [0; \infty)$	$(-\infty; 1] \cup [5; \infty)$	$(-\infty; 0] \cup [4/3; \infty)$
2 а)	$(-\infty; -4) \cup (1; 3)$	$(-\infty; -1/2] \cup \{3\}$	$\{-2\} \cup [-1/2; \infty)$
2 б)	$[-8; 0] \cup [8; \infty)$	$(-1; 0) \cup (0; 3)$	$(-1; 0) \cup (0; 4)$
3	$(-2; 0) \cup (2; 3]$	$(-3; -2] \cup [1; 4]$	$[-4; -1] \cup [2; 3)$
4	$(-\infty; -3] \cup (-2; 2]$	$[-3; 3]$	$[-3; 3]$
5	$(6; 9)$	$v_{соб} \geqslant 8$ км/ч	$v_{ветра} \leqslant 5$ км/ч

К-3	А 1	А 2	Б 1	Б 2	В 1	В 2
1 а)	± 2	± 1	$\pm 1/2$	$\pm 1/3$	$\pm 1; -3$	$-2; 1; 4$
1 б)	$0; \pm 4$	$0; \pm 5$	$-1/3; 0; 1$	$0; 1; 1{,}5$	$-1; \pm 2$	-1
2	(1; 5); (2; 3)	(7; 4); (−11; −2)	(1; 2) (4/11; 43/11)	(−1; −5); (5/11; −23/11)	(4; 2); (−4; −2) (2; 4); (−2; −4)	(4; 2) (−4; −2)
3	5 и 6 см	4 и 5 см	34 см	48 см^2	9 часов	6 часов
4	$-2; \pm 1$	$1; \pm 3$	$\pm\sqrt{3}; \pm 2$	$\pm 2\sqrt{2}; \pm 3$	(1; 2); (−3; −2)	(2; 3); (−2; −1)
5	(2; 3); (3; 2)	(3; 2); (−2; −3)	(2; 3)	(−2; −1)	(2; 3)	(−5; 1)

К-4	А 1	А 2	Б 1	Б 2	В 1	В 2
1 а)	$3n - 28$	$-3n + 30$	−121	89	$\pm(2n - 18)$	$\pm(2n - 16)$
1 б)	35	−33	да	да	11	11
2 а)	22; −4	−13; 4	$d = 1/3$	$d = 3/11$	392	336
2 б)	64	8	25	30	$n > 18$	$n > 20$
3 а)	125	−195	912	−1160	$2n^2 + 10n$, $n \leqslant 22$	$3n^2 + 9n$, $n \leqslant 15$
3 б)	9	9	505	−640	3717	4095
4 а)	12	13	$7n + 7$, $n \leqslant 13$	$6n + 6$, $n \leqslant 15$	8	25
4 б)	312	273	728	810		

К-5	А 1	А 2	Б 1	Б 2	В 1	В 2
1 а)	243	64	−96	−486	$2 \cdot 3^{n-1}$	$96 \cdot (1/2)^{n-1}$
1 б)	364	126	510	9840	242	186
2	18	48	32/3	12	12	54
3 а)	2	−3	3	2	48	2/3
3 б)	с четн. номерами	с нечетн. номерами	4	4	5	5
4	3/16	1/2	699,6 р.	685,9 р.	$3\sqrt{3}$ см^2	≈85,8 см
5	24	−1/5	9/4	4	1/2	1/2

К-6	А 1	А 2	Б 1
1 а)	1	5	2
1 б)	25	8	46
2 а)	$x^{3/4}$	$x^{5/6}$	$x^{13/24}$
2 б)	$x^{2/3}$	$x^{1/2}$	$x^{1/2}$
3 а)	$x - 1$	$1/(x + 1)$	$x^{-0,5}$
3 б)	$\dfrac{x^{1/6} - 5}{x^{1/6} + 5}$	$\dfrac{x^{1/4} - 4}{x^{1/4} + 4}$	$\dfrac{\sqrt{b}\left(\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}\right)}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}}$
4	33	7	2
5	1	1	1

	Б 2	В 1	В 2
1 а)	9	1	1
1 б)	15	48	135
2 а)	$x^{1/2}$	$x^{-2/3}$	$x^{1/3}$
2 б)	$x^{1/2}$	$x^{1/3}$	$x^{1/3}$
3 а)	$x^{1/3}$	$(x^{1/2} - y^{1/2})/x^{1/3}$	$y^{1/3}/(x^{1/3} + y^{1/3})$
3 б)	$\dfrac{a^{1/6} - b^{1/6}}{a^{2/3}\left(a^{1/6} + b^{1/6}\right)}$	$\dfrac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{1 + \sqrt{x} - \sqrt{y}}$	$\dfrac{1 + \sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$
4	1	8	1
5	1	$(x^{1/3}+1)/x^{1/3}$	$(x^{1/3} - 1)/(x^{1/3} + 1)$

К-7	А 1	А 2	Б 1	Б 2	В 1	В 2
1 а)	0	0	–1	1	–1/2	3/2
1 б)	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	–1	–2	2	2/3
2 а)	$\mathrm{tg}^2\alpha$	$\mathrm{ctg}^2\alpha$	0	0	$1/\cos^2\alpha$	$1/\sin^2\alpha$
2 б)	$-\cos^2\alpha$	$-\sin^2\alpha$	$\mathrm{tg}^2\alpha$	$\mathrm{ctg}^2\alpha$	$\sin^2\alpha$	$\cos^2\alpha$
3	–3/4	–3/4	4/5	-4/5	$1/\sqrt{3}$	$1/\sqrt{3}$
5	нет	да	нет	нет	15	13

К-8	А 1	А 2	Б 1	Б 2	В 1	В 2
1 а)	1/2	$1/\sqrt{2}$	$\sqrt{3}/2$	–2	2	–2
1 б)	1/2	1/2	1	$\sqrt{3}$	$-1/\sqrt{2}$	$-\sqrt{3}$
2 а)	$\sin 2\alpha$	$\sin 2\alpha$	$\sin 2\alpha$	$\sin 2\alpha$	$(\sin\alpha)/2$	$(\sin\alpha)/2$
2 б)	$2\cos 2\alpha$	$2\cos 3\alpha$	0	0	$4\cos 3\alpha$	$-4\sin 3\alpha$
3	–63/65	16/65	7/17	–7/17	2/3	–3/4
5	нет	нет	0	0	2; –2	2; –2

К-9	А 1	А 2	Б 1
1	±2; ±3	±1; ±8	±1; 4; 6
2	(–∞; –1] ∪ [1/3; ∞)	[–1/3; 2]	(–∞; –3] ∪ [0; 1]
3	(3; 1); (–1; –3)	(–5; 8); (2; 1)	(5; 1); (1; 5); (–5; –1); (–1; –5)
4	(–∞; 2]	(–∞; 3]	[1; ∞)
5	2; 4; 6	3; 5; 7	$b_1 = 16$; $q = 1/2$
	Б 2	**В 1**	**В 2**
1	±1; 2; 4	–3; –1/3; 0	–3; –2/3; 0
2	[–1; 0] ∪ [2; ∞)	{–1} ∪ [1; ∞)	(–∞; –2] ∪ {2}
3	(2; 3); (3; 2); (–2; –3); (–3; –2)	(5; 1); (1; 5); (3; 2); (2; 3)	(1; –2); (2; –1); (1; 3); (–3; –1)
4	(–∞; 3]	возр. [0; 1]; [2; ∞) уб. (–∞; 0]; [1; 2]	возр. [–1; 0]; [1; ∞) уб. (–∞; –1]; [0; 1]
5	$b_1 = 6$; $q = 2$	3; 7; 11	2; 4; 6

ГЕОМЕТРИЯ (по Погорелову)

К-1	А 1	А 2	Б 1	Б 2	В 1	В 2
1	24, 28 и 32 см	6, 15 и 18 см	15, 15 и 18 см	5, 5 и 8 см	15, 36 и 39 см	14, 48 и 50 см
2	32 см	20 см	24 и 40 см	28 и 12 см	8 см	100 см
3	35 и 56 см	58 и 86 см	15 и 20 см	21 и 7 см	80 см	128 см

К-2	А 1	А 2	Б 1
1	см. К-2 (по Атанасяну) вар. А1, зад.2	см. К-2 (по Атанасяну) вар. А2, зад.2	см. К-2 (по Атанасяну) вар. Б1, зад.2
2	14 и $2\sqrt{19}$ см	14 и $2\sqrt{129}$ см	$\frac{d\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}, \frac{d\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$
3	$\frac{a\sin\alpha}{\sin(135^\circ-\alpha)}$	$\frac{c\sin\beta}{\sin\left(135^\circ-\beta/2\right)}$	30°, 60°, 90°, 4 см
	Б 2	**В 1**	**В 2**
1	см. К-2 (по Атанасяну) вар. Б2, зад.2	см. К-2 (по Атанасяну) вар. В1, зад.2	см. К-2 (по Атанасяну) вар. В2, зад.2
2	$\frac{d\sin(\beta-\alpha)}{\sin\beta}, \frac{d\sin\alpha}{\sin\beta}$	$\left(32\sqrt{2}+48\right)$см	1 и $\sqrt{2}$ см
3	30°, 60°, 90°, 6 см	1:2:3	6 см

К-3	А 1	А 2	Б 1	Б 2	В 1	В 2
1	12 см	50 см	12 см	80 см	5	8
2	10π см, 5 см	12 см, 3π см	2π см	60°	10π см	30°
3	6 см	16 см	$24\sqrt{3}$ см	24 см	18 см	4 см
4	$24\sqrt{2}$ см	$36\sqrt{3}$ см	3	6	3	6

К-4	А 1	А 2	Б 1	Б 2	В 1	В 2
1	10 см^2	204 см^2	60 см^2	120 см^2	$12\sqrt{3}$ см	$192\sqrt{3}$ см
2	10 и 24 см	16 и 30 см	30° и 150°	56 см	60 и 80 см	30 и 40 см
3	12 см	25 см	30 см^2	9 см	2 см	5 см
4	78 см^2	78 см^2	288 см^2	432 см^2	1620 см^2	1020 см^2

К-5	А 1	А 2	Б 1
1а)	36 см	30 см	28 см
1б)	$24\sqrt{3}$ см^2	$15\sqrt{3}$ см^2	$14\sqrt{3}$ см
2	4 см, 16 см^2	8 см, 64 см^2	4π см^2, 16 см^2
3	384 см^2	294 см^2	234 см^2
	Б 2	**В 1**	**В 2**
1а)	18 см	18 см	6 и 10 см
1б)	$6\sqrt{3}$ см^2	$6\sqrt{3}$ см^2	$15\sqrt{3}$ см^2
2	16π см^2, 32 см^2	4π см^2	4π см
3	504 см^2	800 см^2	384 см^2

ГЕОМЕТРИЯ (по Атанасяну)

К-1	А 1	А 2	Б 1	Б 2
1 а)	$\{-1; 3\}$; $\sqrt{10}$	$\{1; 3\}$; $\sqrt{10}$	$\{13; -11\}$; $\sqrt{290}$	$(-1; -17)$; $\sqrt{290}$
1 б)	$-\bar{i} + 3\bar{j}$	$\bar{i} + 3\bar{j}$	$13\bar{i} - 11\bar{j}$	$\bar{i} - 17\bar{j}$
2 а)	$x^2+(y+3)^2=10$	$(x+1)^2+y^2=10$	$x^2+(y-1)^2=5$	$(x-2)^2+(y-3)^2=5$
2 б)	нет	нет	вне окружности	вне окружности
3	$y=-3x-3$	$y=3x+3$	$y=3x-4$	$y=-3x+4$

К-1	В 1	В 2
1	$-\frac{1}{4}\overline{AB}-\frac{1}{4}\overline{CB}$	$-\frac{1}{4}\overline{AB}-\frac{1}{4}\overline{CB}$
2	$(x-1{,}125)^2+y^2=3{,}125^2$	$(x+1{,}125)^2+y^2=3{,}125^2$
3	$9x+4y-6=0$	$9x-4y+6=0$
4	(8; 3); (8; –3) или (–4; 3); (–4; –3) или (5; 0); (–1; 0)	(–8; 3); (–8; –3) или (4; 3); (4; –3) или (–5; 0); (1; 0)

К-2	А 1	А 2	Б 1	Б 2	В 1	В 2
1	32 см; $30\sqrt{3}$ см^2	26 см; $20\sqrt{3}$ см^2	≈22,7 см; $80\sqrt{3}$ см^2	≈8,7 см; $30\sqrt{3}$ см^2	26 см; $2\sqrt{379}$ см	19 см; $\sqrt{201}$ см
2	$\angle C=60°$; $BC=2\sqrt{2}$ см; $AC\approx3{,}8$ см	$\angle A=45°$; $BC=4\sqrt{2}$ см; $AB\approx7{,}7$ см	$AC=13$ см; $\angle C\approx28°$; $\angle A\approx2°$	$AB=10$ см; $\angle A\approx37°$; $\angle B\approx8°$	$AB=3$ см; $\angle A\approx98°$; $\angle C\approx22°$ или $AB=5$ см; $\angle A\approx82°$; $\angle C\approx38°$	$AC=1$ см; $\angle C\approx127°$; $\angle B\approx8°$ или $AC=7$ см; $\angle C\approx53°$; $\angle B\approx82°$
3	–18	18	16	0	а) 40 б) 0; 2	а) 34 б) 3; –2

К-3	А 1	А 2	Б 1	Б 2	В 1	В 2
1	144 см	60 см	16 см	18 см	15	24
2	8π см	64π см^2	21 см	$9\sqrt{3}$ см^2	$6\sqrt{3}$ см^2	12 см
3	а) 7π см б) 52,5 см^2	а) 7π см б) 63π см^2	540π см^2	8π см	$\left(1{,}5\pi-\sqrt{2}\right)$ см^2	$\left(3{,}5\pi+\sqrt{2}\right)$ см^2

К-4	А 1	А 2	Б 1	Б 2	В 1	В 2
1	$A_1(6;\ 1)$ $B_1(3;\ -2)$ $A_2(-2;\ -1)$ $C_2(-1;\ 3)$ $A_3(2;\ 0)$ $B_3(5;\ 3)$ $A_4(4;\ -1)$ $C_4(3;\ 3)$	$A_1(-1;\ 5)$ $B_1(-3;\ 3)$ $A_2(1;\ -1)$ $C_2(4;\ -2)$ $A_3(0;\ 2)$ $B_3(2;\ 4)$ $A_4(5;\ -1)$ $C_4(2;\ -2)$	$A_1(3;\ -4)$ $B_1(-2;\ -2)$ $C_1(3;\ -1)$ $A_2(2;\ -1)$ $B_2(0;\ 4)$ $C_2(-2;\ -1)$ $A_3(-3;\ 1)$ $B_3(1;\ -1)$ $C_3(-3;\ -3)$ $A_4(1;\ 0)$ $B_4(-1;\ -4)$ $C_4(-3;\ 0)$	$A_1(-1;\ 4)$ $B_1(3;\ 2)$ $C_1(-1;\ 0)$ $A_2(-2;\ 3)$ $B_2(0;\ -1)$ $C_2(2;\ 3)$ $A_3(1;\ -3)$ $B_3(-3;\ -1)$ $C_3((1;\ 1)$ $A_4((1;\ 0)$ $B_4(3;\ 4)$ $C_4(5;\ 0)$	$A_1(1;\ -4)$ $B_1(-7;\ 2)$ $C_1(1;\ 2)$ $A_2(3;\ -2)$ $B_2(-3;\ 6)$ $C_2(-3;\ -2)$ $A_3(5;\ 4)$ $B_3(13;\ -2)$ $C_3(5;\ -2)$ $A_4(-4;\ -5)$ $B_4(2;\ 3)$ $C_4(-2;\ -5)$	$A_1(1;\ 4)$ $B_1(-7;\ -2)$ $C_1(1;\ -2)$ $A_2(3;\ 2)$ $B_2(-3;\ -6)$ $C_2(-3;\ 2)$ $A_3(5;\ -4)$ $B_3(13;\ 2)$ $C_3(5;\ 2)$ $A_4(4;\ -5)$ $B_4(-2;\ 3)$ $C_4(-2;\ 5)$
2			можно	можно	можно	можно

К-5	А 1	А 2	Б 1
1	126 см; $126\sqrt{3}$ см^2	104 см; $156\sqrt{3}$ см^2	54 см; $54\sqrt{3}$ см^2
2	$3\sqrt{3}$ см^2	$24\sqrt{3}$ см^2	8π см
3 а)	225; 64; 0	576; 49; 0	288; 112; 288
3 б)	17π см	25π см	25π см
3 в)	9π см^2	9π см^2	36π см^2
	Б 2	**В 1**	**В 2**
1	77 см; $231\sqrt{3}/4$ см^2	40 см; $20\sqrt{3}$ см^2	45 см; $105\sqrt{3}/4$ см^2
2	16π см^2	$8\left(3+\sqrt{6}\right)$ см	$4\sqrt{6}$ см
3 а)	288; –63; 288	24; –6	36; –4
3 б)	25π см	4π см	3π см
3 в)	16π см^2	$1025\pi/64$ см^2	$425\pi/18$ см^2

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю.Н. Макарычев и др. Алгебра 9. М., 1991
2. Ш.А. Алимов и др. Алгебра 9. М., 1997
3. М.Л. Галицкий, А.М. Гольдман, Л.И. Звавич. Сборник задач по алгебре для 8-9 классов. М., 1992
4. Л.И Звавич и др. Задания для проведения письменного экзамена по математике в 9 классе. М., 1996
5. А.В. Погорелов. Геометрия 7-9. К., 1995
6. Л.С. Атанасян и др. Геометрия 7-9. М., 1990
7. А.П. Киселев, Н.А. Рыбкин. Геометрия, планиметрия. М., 1995
8. Л.М. Лоповок. Сборник задач по геометрии 6-8. К., 1985
9. Б.Г. Зив, В.М. Мейлер, А.Г Баханский. Задачи по геометрии для 7-11 классов. М., 1991
10. М.С. Собко, В.Я. Романюк. Геометрія. Завдання для проведення письмового екзамену в 9-их класах. Л., 1997
11. А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. Алгебраический тренажер. М-Х., 1998
12. Ю.М. Рабінович. Задачі і вправи на готових кресленнях. 7-9 клас. Х., 1997

СОДЕРЖАНИЕ

Учебно-методическое издание

Ершова Алла Петровна
Голобородько Вадим Владимирович
Ершова Анна Сергеевна

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ И КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ ПО АЛГЕБРЕ И ГЕОМЕТРИИ ДЛЯ 9 КЛАССА

ЛР № 064344 от 9.12.95.
Печать офсетная. Формат 60×90/16.
Тираж 50 000 экз. Заказ

ООО «Илекса», 121354, г. Москва, а/я 282.
Творческое объединение «Гимназия», г. Харьков, ул. Тобольская, 46а.
Заказы по телефонам: в Москве (095) 365-30-55, в Харькове (0572) 11-80-62, 32-98-50

Ордена Трудового Красного Знамени
Чеховский полиграфический комбинат Комитета РФ по печати
142300, г. Чехов Московской области

МАТЕМАТИКА

ISBN 5-89237-064-x

9 785892 370646